

9<sup>ο</sup> ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΝΙΚΑΙΑΣ  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014

# Μαθηματικά και Τέχνη

Κεντήματα Υψηλού Νοήματος

---



*« ... χρησιμοποιώ εξεπίτηδες μερικούς όρους της γεωμετρίας. Επειδή και το πιο παράφορο παραμιλητό έχει-οφείλει να έχει-την αφανή γεωμετρία του. »*

Οδυσσέας Ελύτης

ΝΙΚΑΙΑ  
2014

---

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

I. Αντί προλόγου .....	2
II. Στοιχεία Προγράμματος .....	3
III. Οι ειρηνικοί χώροι της φύσης και οι αβαρείς της γεωμετρίας.....	5
IV. Χρονικό .....	6
V. Συμμετέχοντες.....	16
VI. Πολλαπλή νοημοσύνη.....	17
VII. Ερωτηματολόγιο .....	18
VIII. Ανάλυση ερωτηματολογίου .....	19
IX. Ο Da Vinci και τα Μαθηματικά .....	22
X. Ο Φειδίας – Ο μαγικός αριθμός φ – Το χρυσό ορθογώνιο .....	24
XI. Ιμπρεσιονισμός – Εξπρεσιονισμός .....	45
XII. Wassily Kandinsky .....	46
XIII. Παρουσίαση του προγράμματος στο σχολείο.....	49
XIV. Αξιολόγηση του προγράμματος.....	50
XV. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ- ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ .....	52

## I. Αντί προλόγου

« Εκεί που ο κόσμος παύει να είναι η σκηνή για τις προσωπικές ελπίδες και επιθυμίες, εκεί όπου εμείς, σαν ελεύθερα όντα, τον παρατηρούμε με απορία, αναρωτιόμαστε γι' αυτόν και τον μελετάμε, εκεί είναι η είσοδος στο βασίλειο της Τέχνης και της Επιστήμης. Εάν μεταφράσουμε αυτό που παρατηρήσαμε και νιώσαμε με τη γλώσσα της λογικής, τότε κάνουμε επιστήμη. Εάν το δείξουμε με μορφές των οποίων οι σχέσεις δεν είναι προσιτές στην ενσυνείδητη σκέψη, αλλά αναγνωρίζονται με τη διαίσθηση και ως μεστές νοήματος, τότε κάνουμε τέχνη. Το κοινό στοιχείο και στην επιστήμη και στην τέχνη είναι η αφοσίωση σε κάτι που υπερβαίνει το προσωπικό.»

### Albert Einstein

« Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Τα σχεδιάσματά του είναι φτιαγμένα με ιδέες. Ο ζωγράφος φτιάχνει σχέδια με σχήματα και χρώματα, ο ποιητής με λέξεις. Και στην ποίηση μετρούν οι ιδέες.»

### Godfrey Harold Hardy

« Τα μαθηματικά κινούνται στο χώρο της φαντασίας. Μαθηματική σκέψη είναι η ικανότητα της συνδυαστικής. Πολλοί μαθηματικοί εργάζονται σαν τους καλλιτέχνες, όπως οι καλλιτέχνες, ξεκινούν με μια σύλληψη που προσπαθούν εκ των υστέρων να την αποδείξουν. Συλλαμβάνουν κάτι και μετά το επαληθεύουν. Τόσο στα μαθηματικά όσο και στην τέχνη, ο δρόμος είναι το απόλυτο σκοτάδι. Τα μαθηματικά υπάρχουν, για να επιβεβαιώνουν την αναγκαιότητα ενός φανταστικού κόσμου. Χωρίς μαθηματικά, τα όνειρα και η φαντασία θα ήταν στο κενό.»

### Ιάννης Ξενάκης

«Ω άτεγκτες μαθηματικές Επιστήμες  
Δεν σας ξέχασα από τότε που τα σοφά σας μαθήματα,  
γλυκύτερα και από το μέλι,  
αργοδιάβηκαν στην καρδιά μου μέσα,  
Αριθμητική, Άλγεβρα! Γεωμετρία!  
Τριάδα μεγαλόπρεπη! Τρίγωνο φωτεινό!  
Τρελός όποιος δεν σας γνώρισε  
Υπάρχει μια τυφλή περιφρόνια  
στην αμαθιά του ανεμελιά!  
Μα όποιος εσάς γνωρίζει, κι ορθά ζυγίσει σας,  
τίποτα άλλο πια δε λαχταρά  
απ' τα αγαθά της γης ακέρια.»

### Λωτρεαμόν ή Κόμης του Λωτρεαμόν

**Αποσπάσματα από το βιβλίο του Στέφανου Μπαλή «Μαθηματικά και ποίηση από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη»**

## II. Στοιχεία Προγράμματος

### **ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΘΕΜΑΤΟΣ**

- \*Οι μαθητές πρέπει να μεταβαίνουν από το αισθητό στο νοητό και όχι αντίστροφα.
- \*Τα μαθηματικά είναι ένας δύσκολος τομέας για τους μαθητές που συνήθως τα φοβούνται και τα αποφεύγουν, άρα πρέπει να βρεθούν τρόποι να γίνουν περισσότερο κατανοητά και προσεγγίσιμα .
- \*Το γεγονός πως υπήρχε κοινή συναίνεση και διάθεση των εκπαιδευτικών να εμπλακούν στο πρόγραμμα.

### **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

- \*Προσέγγιση άγνωστων για τους μαθητές ζωγράφων που χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά στη ζωγραφική τους.
- \*Δημιουργία τοιχογραφίας όπου οι μαθητές θα χαράξουν γεωμετρικά σχήματα και θα ζωγραφίσουν. Έτσι θα αντιληφθούν πως η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων δεν είναι θέμα μόνο των Μαθηματικών.
- \*Προσπάθεια ένταξης Μαθηματικών εννοιών που οι μαθητές διδάσκονται στο Γυμνάσιο σε θεατρικό δρώμενο.
- \* Αισθητική καλλιέργεια των μαθητών.

### **ΣΤΟΧΟΙ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

- \*Να αντιληφθούν οι μαθητές πως τα Μαθηματικά υπάρχουν παντού.
- \*Να αποκτήσουν αισθητική αγωγή και αντίληψη.
- \*Να μπορέσουν οι μαθητές να συνεργαστούν και να δημιουργήσουν.
- \*Να προσεγγίσουν το θέμα σύγχρονης τέχνης χρησιμοποιώντας και τις γνώσεις τους από τα μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο.
- \*Να κατανοήσουν οι μαθητές πως η τέχνη είναι κάθε φορά συνάρτηση της εποχής στην οποία έχει αναπτυχθεί. Η λιτότητα στην τέχνη είναι γεωμετρία.
- \*Να σχεδιάσουν και να πραγματοποιήσουν δράσεις που ανταποκρίνονται στο πρόγραμμα και το υποστηρίζουν.



### **ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ**

Μικτή μέθοδος προσέγγισης του θέματος. Ανακαλυπτική και διερευνητική κατά βάση με προσωπική εμπλοκή του καθενός. Καταιγισμός ιδεών με σκοπό την καλλιέργεια δημιουργικού πνεύματος και κριτικής προσέγγισης. Οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν οι ίδιοι να δημιουργήσουν εργασίες με αφορμή τα θέματα που συζητιούνταν στις συναντήσεις. Έγινε προσπάθεια το θέμα να διαχυθεί σε όλες τις τάξεις του σχολείου και να εμπλακούν όσο το δυνατόν περισσότεροι μαθητές σε μια προσπάθεια προσέγγισης των Μαθηματικών με διαφορετικό τρόπο από τον συνήθη με σκοπό την καλυτέρευση της στάσης απέναντι στο μάθημα. Επίσης κάποιοι μαθητές ενεπλάκησαν στη διαδικασία να υποδυθούν αριθμούς και να αναπαραστήσουν ιστορίες σε σχέση με τα μαθηματικά.

### **Υπεύθυνοι προγράμματος**




Μαρίνος Κουριδάκης ΠΕ08 - Κατερίνα Γληνού ΠΕ03 - Χρυσούλα Παπασίνου ΠΕ03

### III. Οι ειρηνικοί χώροι της φύσης και οι αβαρείς της γεωμετρίας

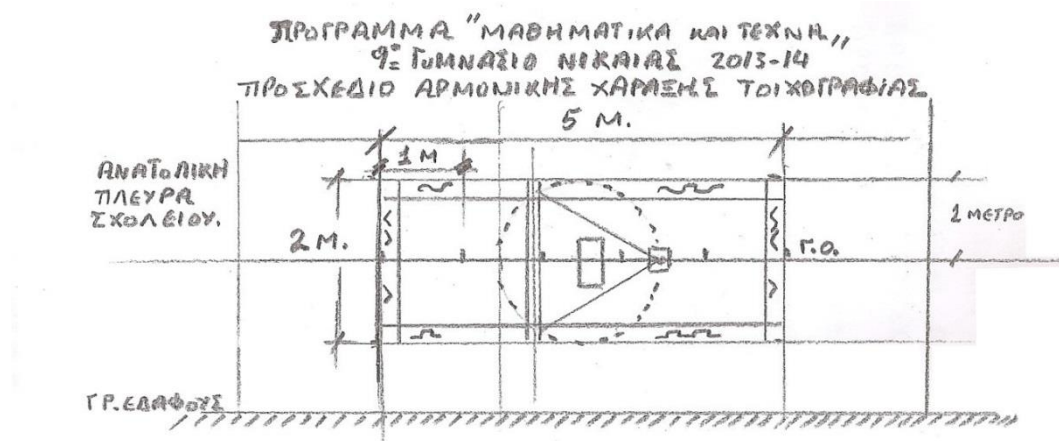
Ο άνθρωπος είναι ένας και μοναδικός , υπάρχει όμως σε πολλές αισθήσεις και διαστάσεις. Έχει μια καρδιά που κινείται συνεχώς και μοιράζεται όλα τα συναισθήματα. Βλέπει ένα στόχο, μια κατεύθυνση με πολλούς δρόμους. Όπως στην προοπτική γύρω από ένα σημείο φυγής δρουν όλα τα σχήματα, κτήρια (αναλογίες δυνάμεων και σχέσεις, αξίες και μέτρα).

Κάθε συναίσθημα ή σκέψη ακουμπά όπως λέμε σε ένα χρώμα, αλλά προσιδιάζει και με μια γραμμή ή σχήμα, μπορεί να γεννά ήχους, λόγους και τραγούδια...

Ο δημιουργός Καλλιτέχνης θεραπεύει και θεραπεύεται διότι ενοποιεί το όλον σε ένα (πετυχαίνει το στόχο του) μιμείται την ειρηνική φύση και την αβαρή Γεωμετρία, συνάπτει

το συναίσθημα  , την πράξη  και τη σκέψη 

#### ΠΡΑΓΜΑΤΩΝΕΙ ΤΗΝ ΕΥΤΥΧΙΑ



Ο κύκλος είναι περιγεγραμμένος στο ισόπλευρο τρίγωνο στο κέντρο του παραλληλογράμμου. Η γραμμή ορίζοντα του τοπίου ταυτίζεται με τη διάμεσο του παραλληλογράμμου.

Κουριδάκης Μαρίνος  
Καθηγητής Καλλιτεχνικών

## IV. Χρονικό

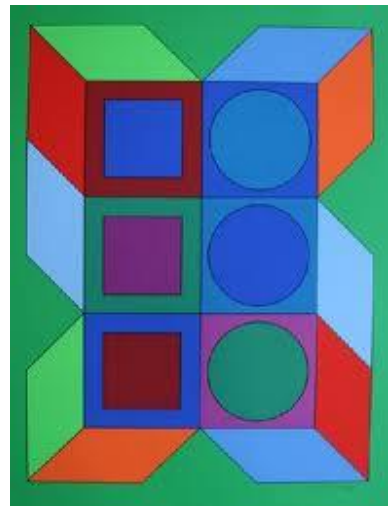
**ΤΡΙΤΗ 19/11/2013** 1<sup>η</sup> συνάντηση της ομάδας. Συζήτηση για το θέμα και για τις προσδοκίες μαθητών και καθηγητών από το πρόγραμμα. Παιχνίδια αυτοπαρουσίασης των μαθητών και των μαθητριών παρουσίαση των δυνατών σημείων του καθενός μας.

**ΤΡΙΤΗ 25/11/2013** Πρακτική προσέγγιση του θέματος της τοιχογραφίας που θα αναπτυχθεί κατά τη διάρκεια του προγράμματος. Επιλογή υλικών και εικόνων για την τοιχογραφία-μέγεθος και διαστάσεις του θέματος-προσαρμογή εικόνων στη σύνθεση.

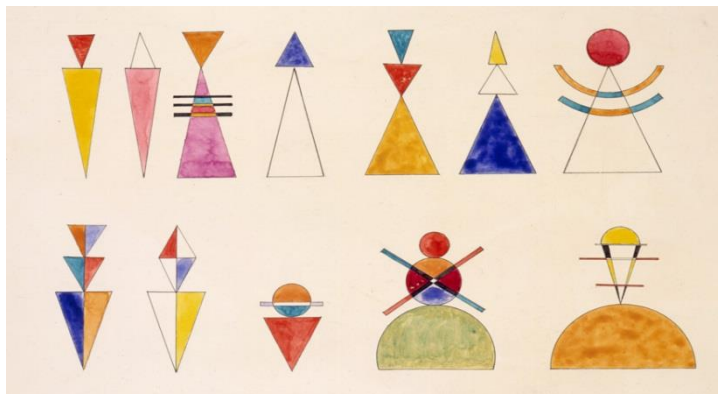
**ΤΡΙΤΗ 3/12/2013** Σχέσεις Μαθηματικών και Τέχνης. Στον Μαθηματικό χρειάζονται το σχήμα και οι αριθμοί, στον Καλλιτέχνη χρειάζονται το σχέδιο και το χρώμα. Στους μαθητές επιδείχθηκαν οι παρακάτω πίνακες των Sol LeWitt, Victor Vasarely και Wassily Kandinsky και επιδιώχθηκε να βρεθούν Μαθηματικές ιδέες και να προσδιοριστούν Μαθηματικά σχήματα μέσα σε αυτούς.



Sol LeWitt



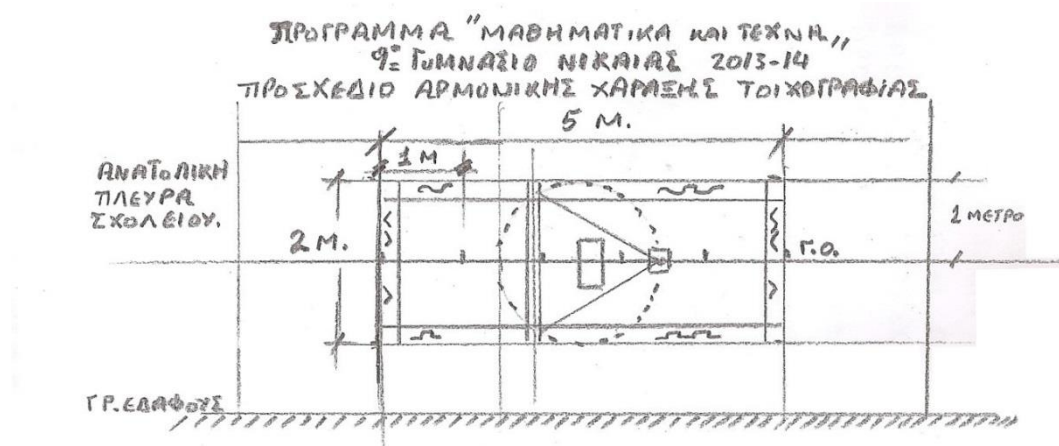
Victor Vasarely



Wassily Kandinsky

**ΤΡΙΤΗ 10/12/2013** Δεν έγινε συνάντηση λόγω συνδικαλιστικής άδειας των καθηγητών.

**ΤΡΙΤΗ 17/12/2013** Γεωμετρική χάραξη της τοιχογραφίας στον ανατολικό τοίχο της αυλής του σχολείου. Σχεδίαση- προπλασμός.



**ΤΡΙΤΗ 14/1/2014** Γνωριμία των μαθητών με τη σύγχρονη- μοντέρνα τέχνη. Μάθημα στην τάξη όπου έγινε παρουσίαση της βιογραφίας και του έργου του Wassily Kandinsky.

**ΤΡΙΤΗ 21/1/2014** Χρησιμοποιώντας τον πίνακα του Wassily Kandinsky «Circles in a circle» έγινε προσπάθεια βιωματικής προσέγγισης του μήκους κύκλου, της διαμέτρου και του  $\pi$ .

**ΤΡΙΤΗ 28/1/2014** Συνέχιση του μαθήματος της προηγούμενης εβδομάδας. Η σχεδίαση της διδασκαλίας προβλέπει δυο συνεχόμενα δίωρα. Δημιουργία ερωτηματολογίου.

**ΤΡΙΤΗ 4/2/2014** Επιλογές και σχεδίαση, τοποθέτηση και απεικόνιση στην τοιχογραφία των γεωμετρικών αναπαραστάσεων του αναπτύγματος τετραγώνου και του Πυθαγορείου Θεωρήματος. Ανάπτυξη της ιδέας γέννησης των μαθηματικών από την ίδια τη φύση.



**ΤΡΙΤΗ 11/2 /2014** Με αφορμή τον πίνακα του Wassily Kandinsky «Circles in a circle» έγινε συζήτηση στην τάξη για την πολλαπλή νοημοσύνη και παρουσιάστηκε η εργασία μαθήτριας. Έγινε συζήτηση για τον αριθμό φ και τις εφαρμογές του στη Τέχνη.

**ΤΡΙΤΗ 18/2 /2014** Συνεδρίαση του συλλόγου διδασκόντων. Δεν πραγματοποιήθηκε συνάντηση στα πλαίσια του προγράμματος.

**ΤΡΙΤΗ 25/2 /2014** Στα πλαίσια του προγράμματος ,στους μαθητές όλου του σχολείου παρουσιάστηκαν από συνεργάτες του Μουσείου Ηρακλειδών θέματα συνδυασμού Μαθηματικών και Τέχνης. Οι μαθητές της Α΄ τάξης παρακολούθησαν οφθαλμαπάτες στην Τέχνη και εξηγήσεις μέσω των Μαθηματικών ,οι μαθητές της Β΄ τάξης έκαναν συμμετρία με γεωπίνακες και οι μαθητές της Γ΄ τάξης μίλησαν για τα φράκταλς και την τυχαιότητα με αφορμή πίνακες του Μ. C. Escher.





**ΤΡΙΤΗ 4/3 /2014** Κατασκευή κινούμενης σκαλωσιάς για την τοιχογραφία. Σχεδίαση διακοσμητικού κάδρου της τοιχογραφίας. Στη σχεδίαση της τοιχογραφίας παίρνουν μέρος πολλοί μαθητές του σχολείου εκτός από τα παιδιά της ομάδας. Ανάλυση ερωτηματολογίων μαθητών.

**ΤΡΙΤΗ 11/3 /2014** Ολοκλήρωση του εσωτερικού της σύνθεσης και εφαρμογή των βασικών χρωμάτων της τοιχογραφίας. Συζήτηση στην ομάδα για παρουσίαση θεατρικού έργου στα πλαίσια του προγράμματος. Ανάγνωση του θεατρικού που έφτιαξε η καθηγήτρια κ. Γληνού με τη συνεργασία της κ. Καλουδά (πρώην καθηγήτριας του σχολείου μας) και διερεύνηση δυνατοτήτων παρουσίασης του στο σχολείο.

**ΤΡΙΤΗ 18/3 /2014** Μοίρασμα ρόλων –οντισιόν-για το θεατρικό έργο «Ο Ευκλείδης και τα βιβλία του».

**ΠΕΜΠΤΗ 20/3/2014** Επίσκεψη της ομάδας στην έκθεση ζωγραφικής του καθηγητή της Σχολής Καλών Τεχνών του Α.Π.Θ. κ. Φωκά στο Κέντρο Τεχνών του Δήμου Αθηναίων. Οι μαθητές είχαν την ευκαιρία, να εκφράσουν τις απόψεις και την οπτική τους για τα έργα και να συνομιλήσουν με τον δημιουργό, σε μια επί ίσοις όροις συζήτηση για την τέχνη.

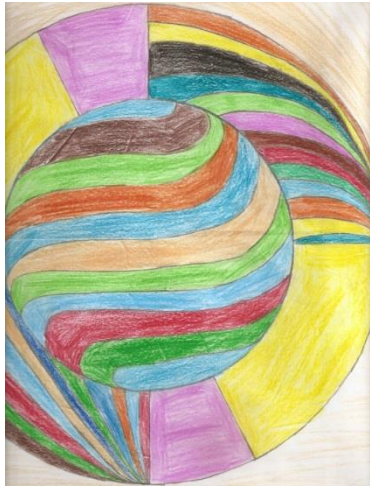


**ΤΡΙΤΗ 25/3 /2014** Εθνική γιορτή, δεν έγινε συνάντηση.

**ΤΡΙΤΗ 1/4 /2014** Χρωματισμός της τοιχογραφίας με τη βοήθεια του κ. Κουριδάκη. Οι μαθητές κατά τη διάρκεια της συνάντησης της ομάδας, ζωγραφίζουν έργα συνδυάζοντας την Τέχνη με τα Μαθηματικά.

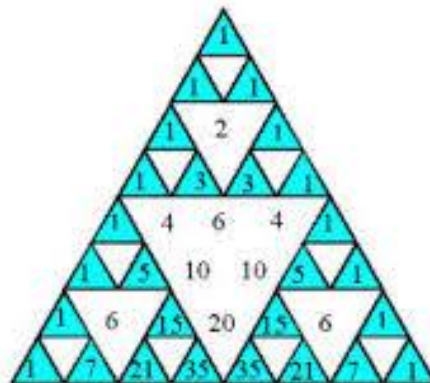
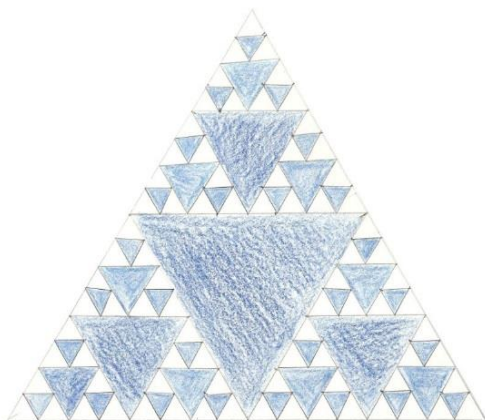








**ΤΡΙΤΗ 8 /4 /2014** Συζήτηση για τρίγωνο Sierpinski και τρίγωνο Pascal και αντιστοιχίες αυτών. Πώς το τρίγωνο του Pascal μας δίνει τους συντελεστές στα αναπτύγματα των ταυτοτήτων. Συνέχιση της τοιχογραφίας.

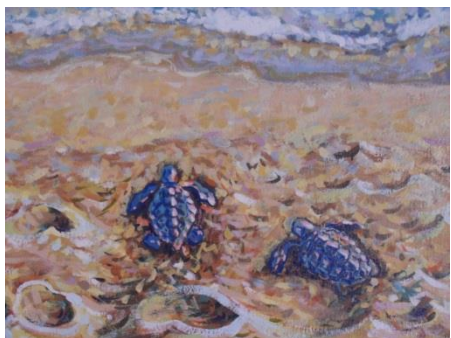
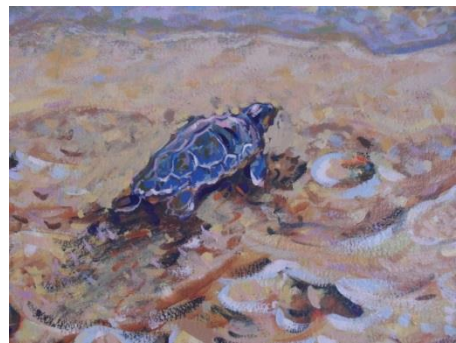
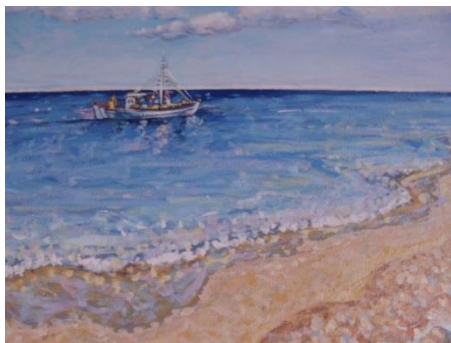


**ΤΡΙΤΗ 29 /4 /2014** Έγινε συνάντηση της ομάδας και διερευνήθηκε η δυνατότητα να παρουσιαστεί το θεατρικό έργο που έχουμε αποφασίσει να παρουσιάσουμε. Δυστυχώς δεν έγιναν συναντήσεις κατά τη διάρκεια των Πασχαλινών διακοπών λόγω αυξημένων υποχρεώσεων των μαθητών και σήμερα υπάρχουν πολλές απουσίες. Υπάρχουν προβλήματα στη συνεργασία, κάποιοι μαθητές δεν μπόρεσαν να μάθουν τους ρόλους τους, κάποιοι δεν φάνηκαν συνεπείς στη συνάντηση. Αποτυχία και αλλαγή σχεδίου ώστε να γίνει κάτι ευκολότερο για τους μαθητές.

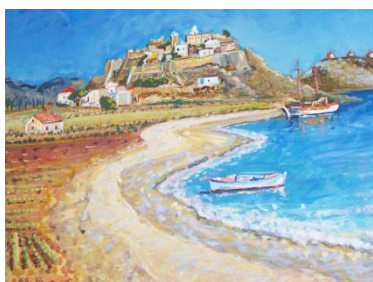
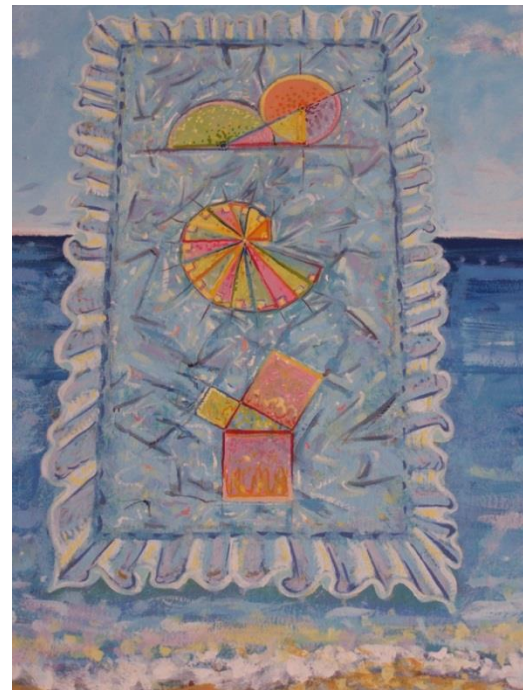
**ΤΡΙΤΗ 6/5 /2014** Η κ. Γληνού με δυο μαθήτριες που ενδιαφέρονται για τη δημιουργία διαλόγου που θα παρουσιαστεί με μορφή θεατρικού ασχολούνται με το θέμα. Παρομοίως γίνεται με δυο άλλους μαθητές που τους αναλαμβάνει η κ. Παπασίνου. Οι υπόλοιποι ασχολούνται με την τοιχογραφία.

**ΤΡΙΤΗ 13/5 /2014** Γίνονται πρόβες για την παρουσίαση των διαλόγων και των παρουσιάσεων που έχουν δημιουργήσει μαθητές για το πρόγραμμα. Ζωγραφίζονται τα μαθηματικά μοτίβα στην τοιχογραφία.

**ΠΕΜΠΤΗ 15/5/2014** Συνάντηση της ομάδας για την αποτίμηση του προγράμματος. Έγινε συζήτηση για τα θετικά και τα αρνητικά σημεία της διαδικασίας και τα οφέλη που προέκυψαν για όλους.









#### XIV

Τ' ανώτερα μαθηματικά μου τά έκανα στό Σχολείο τής θάλασσας.  
Ίδου καί μερικές πράξεις γιά παράδειγμα:

1. Έάν αποσυνδέσεις τήν Έλλάδα, στό τέλος θά δεῖς νά σου απομένουν μιά έλιά, ένα άμπέλι κι ένα καράβι. Πού σημαίνει: μέ άλλα τόσα τήν ξαναφτιάχνεις.
2. Τό γινόμενο τών μυριστικων χόρτων επί τήν άθωότητα δίνει πάντοτε τό σχήμα κάποιου Ίησού Χριστού.
3. Η εὐτυχία είναι ή όρθή σχέση ανάμεσα στις πράξεις (σχήματα) καί στά αισθήματα (χρώματα). Η ζωή μας κόβεται, καί όφείλει νά κόβεται, στά μέτρα πού έκοψε τά χρωματιστά χαρτιά του ό Matisse.
4. Όπου υπάρχειν ουκιές υπάρχει Έλλάδα. Όπου προεξέχει τό βουνό άπ' τή λέξη του υπάρχει ποιητής. Η ήδονή δέν είναι άφαιρετέα.
5. Ένα δειλινό στό Αίγαίο περιλαμβάνει τή χαρά καί τή λύπη σέ τόσο ίσες δόσεις πού δέν μένει στό τέλος παρά ή αλήθεια.
6. Κάθε πρόοδος στό ήθικό επίπεδο δέν μπορεί παρά νά είναι αντιστρόφως ανάλογη πρός τήν ικανότητα πού έχουν ή δύναμη κι ό αριθμός νά καθορίζουν τά πεπρωμένα μας.
7. Ένας «Άναχωρητής» γιά τούς μισούς, είναι, αναγκαστικά, γιά τούς άλλους μισούς ένας «Έρχόμενος».

Οδυσσέας Ελύτης  
«Ο μικρός Ναυτίλος»

## **V. Συμμετέχοντες**

### **ΜΑΘΗΤΕΣ**

1. Γκολφινόπουλος Στέλιος Γ1
2. Γκούτσε Άννα Γ4
3. Δαρζέντα Πένυ Γ4
4. Έγκαρχος Χρήστος Γ1
5. Κουμπή Ελένη Γ4
6. Κυριακάκη Σοφία Γ4
7. Κυριακίδης Λευτέρης Β2
8. Λίνα Κέλλυ Γ4
9. Λυμπεροπούλου Κωνσταντίνα Γ4
10. Μπιτζίλου Ασπασία Β3
11. Μπιτζίλου Εμμανουέλα Β4
12. Μωραΐτου Κατερίνα Β4
13. Μώρος Μάριος Γ1
14. Πολίτου Έφη Γ4
15. Πραγματόπουλος Ανδρέας Α3
16. Ρούσσου Κωνσταντίνα Γ4
17. Τσακιρίδου Γιώτα Γ4
18. Χαστάς Δημήτρης Γ4
19. Χοχορέλος Ανδρέας Β4

### **ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ**

20. Κουριδάκης Μαρίνος ΠΕ08
21. Γληνού Αικατερίνη ΠΕ03
22. Παπασίνου Χρυσούλα ΠΕ03

## VI. Πολλαπλή νοημοσύνη

Τα τελευταία χρόνια ο Howard Gardner ανέπτυξε μια θεωρία γνωστή ως : Η θεωρία των Πολλαπλών Τύπων Νοημοσύνης (multiple intelligences). Η άποψη αυτή είχε να κάνει με τον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται και κατανοούν ότι συμβαίνει γύρω τους . Προτείνει λοιπόν τουλάχιστον 8 τομείς ικανοτήτων (ευφυΐες), οι οποίοι έχουν διαφορετικό τρόπο λειτουργίας στον κάθε άνθρωπο.

- Γλωσσική ευφυΐα
- Χωρική ευφυΐα
- Μουσική ευφυΐα
- Νατουραλιστική ευφυΐα
- Λογική –Μαθηματική ευφυΐα =Η ικανότητα χρήσης αριθμών και εκτέλεσης υπολογισμών
- Κινησθητική ευφυΐα
- Ενδοπροσωπική \ διαπροσωπική ευφυΐα

### ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΑΝΘΡΩΠΩΝ ΜΕ ΛΟΓΙΚΗ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΥΦΥΪΑ .

- α) Εξαιρετική ικανότητα στην επίλυση προβλημάτων.
- β) Απολαμβάνουν να σκέπτονται αφηρημένες έννοιες.
- γ) Τους αρέσει να κάνουν επιστημονικά πειράματα.
- δ) Είναι καλοί στο να λύνουν περίπλοκα προβλήματα σε σχέση με υπολογιστές. (πληροφορική)
- ε) Κάνουν εύκολα μαθηματικές πράξεις με το μυαλό. (χωρίς κομπιουτεράκι ,χαρτί-μολύβι)
- στ) Είναι καλοί στα παιχνίδια στρατηγικής. (πχ σκάκι)
- ζ) Αναζητούν πάντα λογικές απαντήσεις- εξηγήσεις σε ότι συμβαίνει.
- η) Έχουν περιέργεια για το πώς λειτουργούν διάφορα αντικείμενα.

Κωσταντίνα Λυμπεροπούλου

## VII. Ερωτηματολόγιο

A/A	
Τάξη	
Ηλικία	

Επίλεξε μια από τις παρακάτω πιθανές απαντήσεις σε κάθε πρόταση.

Αγόρι  Κορίτσι

Πόσο σου αρέσουν τα μαθηματικά;

Καθόλου

Μέτρια

Πολύ

Πάρα πολύ

Στο καθημερινό μάθημα των μαθηματικών :

Δεν προσέχω γιατί δεν με ενδιαφέρει

Δεν προσέχω γιατί δεν καταλαβαίνω τίποτε

Προσέχω περιστασιακά

Προσέχω πάντα και τα καταλαβαίνω καλά.

Ποια νομίζεις πως είναι η σχέση της Τέχνης με τα Μαθηματικά;

Καμία

Μικρή

Μεγάλη

Πώς σου φάνηκαν τα μαθήματα που έγιναν στο σχολείο και συνέδεαν τα Μαθηματικά με την Τέχνη;

Μου ήταν αδιάφορα.

Δεν μου άρεσαν.

Έχασα το χρόνο μου.

Ήταν ευχάριστα και τα παρακολούθησα με ενδιαφέρον.

Άλλο  Διευκρινίστε .....

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ ΣΑΣ**



## VIII. Ανάλυση ερωτηματολογίου

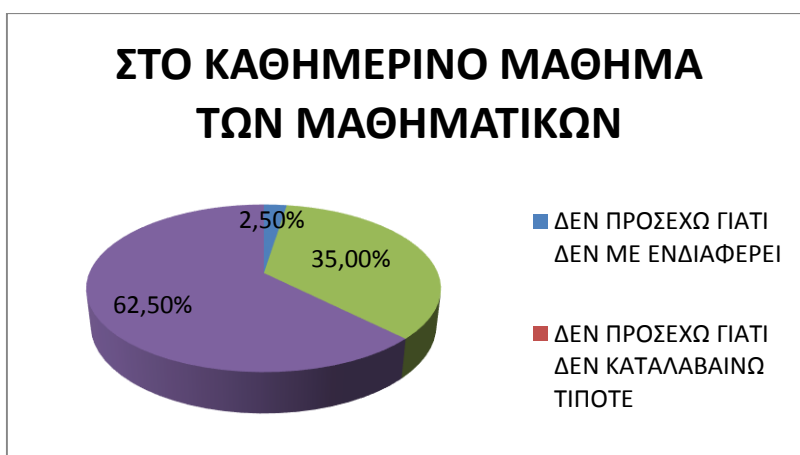
Στο ερωτηματολόγιο απάντησαν συνολικά 40 μαθητές του σχολείου από τους οποίους το 47% ήταν κορίτσια και το 53% αγόρια.

Στην ερώτηση «Πόσο σου αρέσουν τα μαθηματικά;» το 50% των μαθητών απάντησαν πως τους αρέσουν σε μέτριο βαθμό αλλά παρατηρούμε και ένα μεγάλο ποσοστό 45% που δηλώνουν πως τους αρέσουν πολύ ή πάρα πολύ. Μάλιστα υπάρχει ποσοστό 17,5% που δηλώνει πως τα μαθηματικά μου αρέσουν πάρα πολύ ποσοστό που θεωρούμε πολύ ψηλό.



ΚΑΘΟΛΟΥ	2
ΜΕΤΡΙΑ	20
ΠΟΛΥ	11
ΠΑΡΑ ΠΟΛΥ	7

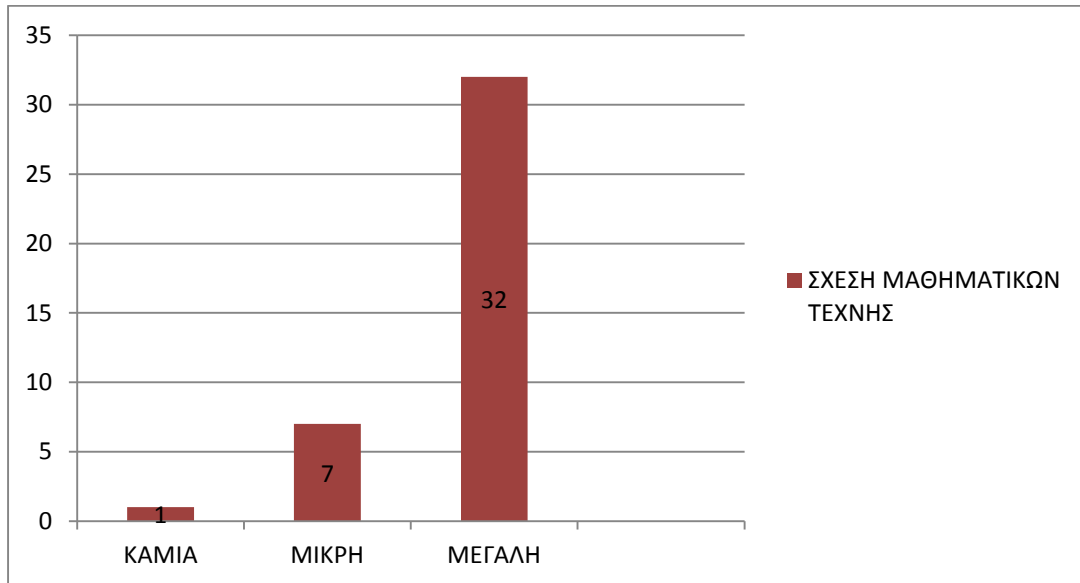
Στην ερώτηση που αφορά την προσοχή στο μάθημα των Μαθηματικών ήταν πολύ ενθαρρυντικό το ότι κανένας μαθητής δεν δήλωσε την επιλογή «δεν προσέχω γιατί δεν καταλαβαίνω». Σημαίνει πως στο σχολείο μας το μάθημα των Μαθηματικών διδάσκεται με μεράκι και επιδιώκεται να καταλαβαίνουν οι μαθητές. 14 στους 40 μαθητές, ποσοστό 35% δηλώνουν πως προσέχουν περιστασιακά και πολύ μεγάλο ποσοστό 62,5% δηλώνουν πως προσέχουν πάντα στο μάθημα και καταλαβαίνουν καλά.



ΔΕΝ ΠΡΟΣΕΧΩ ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΜΕ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ	1
ΔΕΝ ΠΡΟΣΕΧΩ ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ ΤΙΠΟΤΕ	0
ΠΡΟΣΕΧΩ ΠΕΡΙΣΤΑΣΙΑΚΑ	14
ΠΡΟΣΕΧΩ ΠΑΝΤΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ ΚΑΛΑ	25



Στην επόμενη ερώτηση 32 από τους 40 μαθητές δηλαδή ποσοστό 80% των μαθητών αναγνωρίζουν πως υπάρχει μεγάλη σχέση ανάμεσα στην τέχνη και τα μαθηματικά. 17,5% πιστεύουν πως υπάρχει μέτρια σχέση ανάμεσα στην τέχνη και τα μαθηματικά και μόνο 1 στους 40 μαθητές δηλαδή ποσοστό 2,5% δηλώνει πως δεν υπάρχει καμιά σχέση ανάμεσά τους.



Στην ερώτηση «Πώς σου φάνηκαν τα μαθήματα που έγιναν στο σχολείο και συνέδεαν τα Μαθηματικά με την Τέχνη;» οι μαθητές που επέλεξαν καθεμιά από τις επιλογές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΜΟΥ ΗΤΑΝ ΑΔΙΑΦΟΡΑ	5
ΔΕΝ ΜΟΥ ΑΡΕΣΑΝ	2
ΕΧΑΣΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΜΟΥ	0
ΗΤΑΝ ΕΥΧΑΡΙΣΤΑ ΚΑΙ ΤΑ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑ ΜΕ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝ	27
ΆΛΛΟ	6

Τα ποσοστά που φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα ήταν αναμενόμενα γιατί από την αρχή φάνηκε πως στους μαθητές έκαναν πολύ καλή εντύπωση τα μαθήματα αυτά. Έτσι καταγράφεται ποσοστό 17,5% των μαθητών που επιλέγουν πως τα μαθήματα συνδυασμού τέχνης και μαθηματικών τους ήταν αδιάφορα ή δεν τους άρεσαν. Το μεγάλο ποσοστό 67,5% των μαθητών δήλωσαν πως αυτά τα μαθήματα ήταν ευχάριστα και τα παρακολούθησαν με ενδιαφέρον. 15% των μαθητών επέλεξαν την επιλογή Άλλο και διευκρινίζοντας είπαν πως ήταν κάτι διαφορετικό από αυτό που είχαν δει μέχρι τότε.



Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε πως οι μαθητές του σχολείου μας σε μεγάλο ποσοστό αναγνωρίζουν την σχέση που υπάρχει ανάμεσα στην Τέχνη και τα Μαθηματικά και τους αρέσουν οι διαφορετικές προσεγγίσεις των Μαθηματικών μέσω της Τέχνης. Επίσης από την έρευνα αυτή καταγράφεται θετική στάση των μαθητών του σχολείου μας ως προς το μάθημα των Μαθηματικών το οποίο φαίνεται πως πολλοί παρακολουθούν πάντα και καταλαβαίνουν καλά.



## ΙΧ. Ο Da Vinci και τα Μαθηματικά



Η μελέτη των χειρογράφων του Leonardo da Vinci μας δείχνει ότι είχε δυσκολίες όχι μόνο για να συλλάβει αυτό που σήμερα ονομάζουμε άλγεβρα αλλά ακόμη και απλές αριθμητικές έννοιες, όπως τα κλάσματα. Όμως, στον τομέα της γεωμετρίας, οι ικανότητές του ήταν θεαματικές.

Ο Leonardo da Vinci είχε προβλήματα ορθογραφίας και σήμερα θα λέγαμε ότι μάλλον ήταν δυσλεξικός. Η περίπτωση του μάς αποδεικνύει ότι παιδιά που έχουν δυσκολίες σε τομείς όπως τα Μαθηματικά και η ορθογραφία, δεν είναι απαραίτητα καταδικασμένα .



Ο Βιτρούβιος άνθρωπος φτιάχτηκε από τον Λεονάρντο ντα Βίντσι περίπου το 1490 και απεικονίζει μία γυμνή αντρική φιγούρα σε δύο θέσεις εγγεγραμμένη σε ένα κύκλο και ένα τετράγωνο.

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του ντα Βίντσι στο κείμενο που συνοδεύει το έργο, οι οποίες μάλιστα είναι γραμμένες με καθρεπτιζόμενη γραφή, το σχέδιο έγινε για τη μελέτη των αναλογιών του (ανδρικού) ανθρώπινου σώματος . Συγκεκριμένα στο σχέδιο

Μια παλάμη έχει πλάτος τεσσάρων δακτύλων

Το πόδι έχει πλάτος τέσσερις παλάμες

το ύψος του ανθρώπου είναι τέσσερις πήχεις (και άρα 24 παλάμες)

Το μήκος των χεριών του άντρα σε διάταση είναι ίσο με το ύψος του.

Η απόσταση από την γραμμή των μαλλιών ως την κορυφή του στήθους είναι το ένα-έβδομο του ύψους του άνδρα.

Το μέγιστο πλάτος των ώμων είναι το ένα-τέταρτο του ύψους του άνδρα.

Η απόσταση από το αγκώνα ως την άκρη του χεριού είναι το ένα-πέμπτο του ύψους του άνδρα.

Η απόσταση από τον αγκώνα ως την μασχάλη είναι το ένα-όγδοο του ύψους του άνδρα.

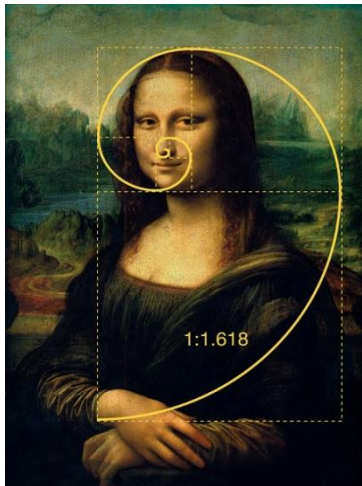
Το μήκος του χεριού είναι ένα-δέκατο του ύψους ενός άνδρα.

Η απόσταση από την άκρη του πηγουνιού ως την μύτη είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου.

Η απόσταση της γραμμής των μαλλιών ως τα φρύδια είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου.

#### Η Μόνα Λίζα

Η Μόνα Λίζα (αλλιώς γνωστή ως Τζοκόντα) είναι ένα πορτραίτο του 16ου αιώνα, που ζωγράφησε ο Leonardo Da Vinci κατά τη διάρκεια της ιταλικής αναγέννησης. Βρίσκεται στο μουσείο του Λούβρου στο Παρίσι και είναι ίσως ο πιο διάσημος πίνακας ζωγραφικής στον κόσμο. Αυτό όμως που δεν γνωρίζει ο περισσότερος κόσμος είναι η σχέση του Da Vinci με τα μαθηματικά και συγκεκριμένα η αγάπη που είχε για τον Χρυσό Λόγο  $\phi$  (ή αλλιώς η Χρυσή Αναλογία). Ο άρρητος αυτός αριθμός που ισούται με  $\phi=1,618\dots$  εμφανίζεται (φανερά ή κρυφά) στα περισσότερα έργα



του Da Vinci, είτε με τη μορφή του Χρυσού Ορθογωνίου, είτε μέσω του Χρυσού Τριγώνου ή της Λογαριθμικής Σπείρας και ο ίδιος ο καλλιτέχνης αναφερόταν σε αυτόν ως τη "Θεία Αναλογία".

Αυτό όμως που είναι πραγματικά φανταστικό, είναι ότι αυτός ο αριθμός εμφανίζεται παντού στη φύση: από τη διάταξη των φύλλων των λουλουδιών έως τη σπειροειδή μορφή του γαλαξία μας. Μάλιστα κάποιοι επιστήμονες υποστηρίζουν ότι το σχήμα του Σύμπαντος είναι ένα δωδεκάεδρο βασισμένο στον Χρυσό Λόγο  $\phi$ .

Τσακίριδου Γιώτα-Ρούσου Κωνσταντίνα



## Χ. Ο Φειδίας – Ο μαγικός αριθμός φ – Το χρυσό ορθογώνιο

### 1. Ο ΦΕΙΔΙΑΣ



Ο Φειδίας (περ. 490 π.Χ. - 430 π.Χ.) ήταν Έλληνας γλύπτης, ζωγράφος και αρχιτέκτονας, ο οποίος έζησε τον 5ο αιώνα π.Χ. Θεωρείται ως ένας από τους σημαντικότερους γλύπτες της Κλασικής εποχής. Το Άγαλμα του Ολυμπίου Διός στην Ολυμπία, το οποίο φιλοτέχνησε ο Φειδίας, ήταν ένα από τα Επτά θαύματα του αρχαίου κόσμου. Σχεδίασε επίσης τα αγάλματα της θεάς Αθηνάς που βρίσκονταν στην Ακρόπολη των Αθηνών. Πιο συγκεκριμένα, την «Αθηνά Παρθένο», που βρισκόταν μέσα στον Παρθενώνα, και την «Αθηνά Προμάχο», ένα κολοσσιαίο χάλκινο άγαλμα που βρισκόταν ανάμεσα στο Ερεχθείο και τα Προπύλαια .

## 1.1 Η Ζωή και το Έργο του



**Η Αθηνά της Βαρβακείου, αντίγραφο του χρυσελεφάντινου αγάλματος της Αθηνάς του Παρθενώνα**

Ο Φειδίας γεννήθηκε στην Αθήνα στις αρχές του 5ου αιώνα π.Χ. και ήταν γιος του Χαρμίδα. Γεννημένος από εύπορους γονείς και προικισμένος με πρώιμο ταλέντο αρχικά ασχολήθηκε με τη ζωγραφική και νωρίς στράφηκε στη γλυπτική, μαθητεύοντας κοντά στον Αθηναίο γλύπτη Ηγία και τον Αργείο Αγελάδα. Δεν αποκλείεται να σύχναζε επίσης στο εργαστήριο του γλύπτη Ευήνορα, πατέρα του φίλου του ζωγράφου Παράσιου. Η δράση του αρχίζει γύρω στο 465 π.Χ. Στην πολιτική σκηνή της Αθήνας επικρατεί ο Κίμων, γιος του νικητή στη Μάχη του Μαραθώνα Μιλτιάδη. Τα πρώτα έργα του Φειδία ήταν αφιερωμένα «εις μνήμη της νίκης των Ελλήνων στον Μαραθώνα εναντίον των Περσών». Στους Δελφούς ο Φειδίας ανήγειρε ένα γλυπτικό σύμπλεγμα από ορείχαλκο, που περιελάμβανε τα

αγάλματα του Απόλλωνα και της Αθηνάς, μερικών άλλων ηρώων μαχητών και του στρατηγού Μιλτιάδη. Αργότερα κατασκεύασε τη χάλκινη «Αθηνά Προμάχο» που ήταν ανάθημα της Αθήνας στην Ακρόπολη από τα λάφυρα της νίκης. Το άγαλμα είχε ύψος 8 - 9 μέτρα και όπως αναφέρει ο περιηγητής του 2ου αιώνα μ.Χ. Παυσανίας, η αιχμή του δόρατος και η κορυφή του λοφίου από το κράνος της ήταν ορατά από το Σούνιο. Ήταν στημένο μεταξύ Προπυλαίων και Ερεχθείου, όπου διατηρείται η θεμελίωση του βάθρου.



Μετά την εξορία του Κίμωνα και την ανάληψη της εξουσίας από τον Περικλή, αρχίζει η δεύτερη περίοδος της δράσης του Φειδία, που αποτελεί την ακμή της τέχνης του. Ο Περικλής, χρησιμοποιώντας χρήματα της Δηλιακής Συμμαχίας για την ανοικοδόμηση και τη διακόσμηση της Αθήνας, ανέθεσε στο Φειδία τη γενική επιστασία της ανοικοδόμησης των ναών της Ακρόπολης και πρωτίστως του Παρθενώνα. Ο ιστορικός Πλούταρχος αναφέρει ότι ο Φειδίας είχε τόση εξουσία, ώστε «πάντα ην σχεδόν επ' αυτώ, πάντων επίσκοπος ην και πάσιν επεστάτει τοις τεχνίταις δια φιλίαν Περικλέους». Τα αρχιτεκτονικά γλυπτά του Παρθενώνα, όλα λαξευμένα σε μάρμαρο Πεντέλης και συμπληρωμένα με μεταλλικά εξαρτήματα και χρώματα, αποτελούσαν ανεπανάληπτα αριστουργήματα σύνθεσης και τέχνης. Η σύλληψη και η οργάνωση των θεμάτων του εικονογραφικού προγράμματος των

μετοπών, της ζωφόρου και των αετωμάτων του Παρθενώνα αποδίδεται στον Φειδία, ο οποίος είχε την καλλιτεχνική εποπτεία των εργασιών σε ολόκληρο το μνημείο.



Στη λάξευση των γλυπτών, που εν μέρει έχει αποδοθεί σ' αυτόν, εργάστηκε πλήθος καλλιτεχνών και λιθοξόνων με την άμεση συμμετοχή και εποπτεία των αγαπημένων μαθητών και συνεργατών του, Αλκαμένη και Αγοράκριτου, και του ήδη διάσημου Μύρωνα. Το πρόγραμμα ολοκληρώθηκε στο διάστημα 447-432 π.Χ. Η αρμονική σύνθεση της Ζωφόρου (442-438 π.Χ.) με την επανάληψη ή παραλλαγή εικονογραφικών μοτίβων, συχνά εξαιρετικής πρωτοτυπίας, έχει συγκριθεί με τα μέρη μιας μουσικής συμφωνίας. Μεγαλειώδεις συνθέσεις, όπως εκείνη του Ιππέα που συγκρατεί το ατίθασο άλογο στο μέσον της δυτικής ζωφόρου και η σκηνή της ανατολικής με το ζεύγος Δία και Ήρας, πιστεύεται ότι βγήκαν από το χέρι του ίδιου του Φειδία. Τα γλυπτά των αετωμάτων του Παρθενώνα αποτελούνται από μορφές δουλεμένες και στην πίσω πλευρά τους, παρότι ήταν αθέατη. Από το μέγεθός τους συμπεραίνεται ότι υπήρξαν προπλάσματα (μοντέλα) που έγιναν από τον ίδιο τον Φειδία, ενώ η κατασκευή και η τοποθέτησή της στο κτήριο έγινε αργότερα, το 438-432 π.Χ. από τους συνεργάτες του.

Ο Φειδίας παράλληλα φιλοτέχνησε το περίφημο χρυσελεφάντινο άγαλμα της «Αθηνάς Παρθένου» για το σηκό του Παρθενώνα (446-438 π.Χ.), που είχε



κολοσσικό μέγεθος και αποτέλεσε καινοτομία στην τεχνική των λατρευτικών αγαλμάτων. Όμως το έργο θα πρέπει να καταστράφηκε από την πυρκαγιά που έπληξε το εσωτερικό του ναού τον 3ο αι. μ.Χ. Έχει απομείνει ένα μέρος της θεμελίωσης του βάθρου στο δάπεδο του Παρθενώνα. Η «Αθηνά Παρθένος» υπήρξε μια δημιουργία που συνδύαζε τα πολύτιμα υλικά με τα μυθολογικά θέματα και συμπύκνωνε το ιστορικό παρελθόν και τη δύναμη της Αθηναϊκής Δημοκρατίας του 5ου π.Χ. αιώνα. Ο Πλίνιος ο Πρεσβύτερος αναφέρει το ύψος του αγάλματος (11,544 μ.) και ο Πausanias δίνει αναλυτική περιγραφή του. Μια ιδέα για τον τύπο του αγάλματος παρέχουν τα ρωμαϊκά αντίγραφα, όπως η «Αθηνά Lenormant» και η «Αθηνά του Βαρβακείου» (Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο). Η θεά ήταν όρθια σε βάθρο ύψους 1,20 μ., φορούσε αιγίδα και πλούσια κοσμημένο κράνος. Στο δεξί της χέρι κρατούσε χρυσή Νίκη, ενώ το αριστερό άγγιζε την ασπίδα, όπου φώλιαζε το ιερό φίδι, υπόσταση του μυθικού Εριχθόνιου. Στον ξύλινο πυρήνα του αγάλματος στερεώνονταν τα ενδύματα με μορφή σφυρήλατων ελασμάτων χρυσού, ενώ το πρόσωπο και τα γυμνά μέρη της μορφής ήταν από πλάκες ελεφαντόδοντου. Ο χρυσός ζύγιζε 44 τάλαντα (1.140 χλγρ). Η τεράστια ποσότητα χρυσού έδωσε αφορμή στους εχθρούς του Φειδία να τον κατηγορήσουν για κατάχρηση. Ο Φειδίας απέδειξε την αθωότητά του, επειδή ο Περικλής τον είχε συμβουλέψει να κάνει το χρυσό ένδυμα της Αθηνάς συναρμολογούμενο. Έτσι μπόρεσε να το αποσυναρμολογήσει και να το ζυγίσει. Το βάρος του χρυσού βρέθηκε ακέραιο κι έτσι ο Φειδίας αθωώθηκε. Όμως κατόπιν κατηγορήθηκε για αλαζονεία επειδή στην εξωτερική όψη της ασπίδας της Αθηνάς, που έφερε ανάγλυφη Αμαζονομαχία, παρέστησε σε δύο Αθηναίους πολεμιστές το πορτρέτο του Περικλή και το δικό του. Ο Φειδίας συνελήφθη και καταδικάστηκε.

Ο Πλούταρχος αναφέρει ότι ο Φειδίας πέθανε στη φυλακή, ενώ σύμφωνα με το χρονικογράφο του 4ου αιώνα π.Χ. Φιλόχωρο, μετά την ολοκλήρωση της Παρθένου ο Φειδίας εγκατέλειψε για πάντα την Αθήνα για να αποφύγει την καταδίκη και πήγε

στην Ολυμπία. Το εργαστήριό του βρισκόταν στην Άλτη. Εκεί, με τους τεχνίτες του εργαστηρίου του και συνεργάτη το γλύπτη Κολώτη, φιλοτέχνησε το κολοσσικό χρυσελεφάντινο λατρευτικό άγαλμα του Διός, ύψους 11 μ., το διασημότερο έργο του στην αρχαιότητα, ώστε περιελήφθη στα επτά θαύματα του κόσμου.



**Το εργαστήριό του Φειδία στην αρχαία Ολυμπία**

Για το άγαλμα του Διός δεν σώζεται κανένα στοιχείο εκτός από μερικές μικρές παραστάσεις σε νομίσματα της Ηλείας, που δίνουν μια γενική μόνο ιδέα της στάσης και του σχήματος της κεφαλής. Ο θεός ήταν καθισμένος σε θρόνο με σκήπτρο στο αριστερό του χέρι και Νίκη στο δεξί. Στα σανδάλια του αναγραφόταν η επιγραφή: «Φειδίας Χαρμίδου υιός μ' εποίησε Αθηναίος». Τα γυμνά μέρη του σώματος ήταν από ελεφαντόδοντο, ενώ τα ενδύματα ήταν από χρυσάφι. Ο θρόνος έφερε πλουσιώτατο γλυπτικό διάκοσμο καθώς ήταν από χρυσό, ελεφαντόδοντο, έβενο και πολύτιμους λίθους. Δυστυχώς όμως και εδώ τον Φειδία τον κυνήγησε η ίδια μοίρα, αφού ξανά κατηγορήθηκε για κατάχρηση και κλοπή χρυσού και φυλακίστηκε ως το θάνατό του. Το 1958, στη χριστιανική βασιλική που κτίστηκε στη θέση του εργαστηρίου του Φειδία, οι ανασκαφές έφεραν στο φως εργαλεία, θραύσματα από ελεφαντόδοντο, πήλινα καλούπια και λοιπό εξοπλισμό χύτευσης, καθώς και αγγείο με χαραγμένο το όνομα του Φειδία

## **1.2 Άλλα Έργα του Φειδία**

Δυστυχώς τα θαυμαστότερα έργα του Φειδία έχουν καταστραφεί ή χαθεί. Υπάρχουν πολλά ρωμαϊκά αντίγραφα που είναι γνωστό ότι είναι πιστά στα πρωτότυπα. Αυτό δεν είναι κάτι ασυνήθιστο. Πολλά κλασικά ελληνικά έργα ζωγραφικής και γλυπτικής έχουν καταστραφεί αλλά έχουν διασωθεί ρωμαϊκά αντίγραφα και σημειώσεις που αναφέρονται σ' αυτά, όπως π.χ. ο ιστορικός και βιογράφος Πλούταρχος που περιγράφει λεπτομερώς τα αριστουργήματα του Φειδία.



**Αντίγραφο της Αθηνάς της Λήμνου, Δρέσδη**

Τα σημαντικότερα, πλην των προαναφερόμενων, έργα του Φειδία είναι:

1. Χάλκινο "σύνταγμα" Αθηναίων ηρώων, Αθηνάς, Απόλλωνα και Μιλτιάδη, αφιέρωμα από τα λάφουρα του Μαραθώνα στους Δελφούς.
2. Χρυσελεφάντινη Αθηνά στην Πελλήνη Αχαΐας, από τα πρωιμότερα έργα του.
3. Επίχρυσο ακρόλιθο άγαλμα της Αθηνάς Αρείας στις Πλαταιές από τα λάφουρα του Μαραθώνα.
4. Χάλκινη Αθηνά Λιμνία, ανάθημα των Αθηναίων κληρούχων της Λήμνου στην Ακρόπολη (451-445 π.Χ.).
5. Χάλκινος Απόλλων Παρνώπιος (δηλ. ακριδοκτόνος) μπροστά στον Παρθενώνα.
6. Αφροδίτη Ουρανία από παριανό μάρμαρο στην Αγορά.
7. Χρυσελεφάντινη Ουρανία Αφροδίτη στην Ήλιδα.
8. Χρυσελεφάντινη Αθηνά στην Ήλιδα.
9. Χάλκινο άγαλμα πληγωμένης Αμαζόνας στο ιερό της Αρτέμιδος στην Έφεσο.

### 1.3 Κριτική του Έργου του

Οι κριτικοί της αρχαίας τέχνης εκτιμούν πολύ τις ικανότητες του Φειδία. Αυτό που κυρίως επαινούν είναι το ήθος του και το μόνιμο ηθικό επίπεδο των έργων του. Ο Φειδίας υπήρξε πρωτοπόρος καλλιτέχνης με πολυσύνθετο έργο που άνοιξε νέους δρόμους στην ελληνική γλυπτική. Ήταν ο πρώτος γλύπτης που συνδύασε ελεφαντόδοντο και χρυσό σαν υλικά στη γλυπτική τέχνη. Η τεχνική του βασιζόταν ουσιαστικά σε ξύλο. Το σώμα των αγαλμάτων του ήταν ξύλινο ντυμένο με στρώματα χρυσού και πλάκες ελεφαντοστού. Οι δημιουργίες του επιβάλλονται με τις αναλογίες, το εύρος, τα πλούσια ενδύματα και το χαρακτηριστικό τους στήσιμο, με το ένα πόδι να πατάει σταθερά και το άλλο εν μέρει άνετο, που διαφοροποιείται από τον Κανόνα του Πολυκλείτου. Αλλού την τεχνοτροπία του τη διακρίνει η τολμηρότητα και ο πειραματισμός.



Η καλλιτεχνική πνοή και η σφραγίδα της παρουσίας και της προσωπικότητάς του είναι αδιαμφισβήτητη στη μοναδική σύλληψη, το αρχικό σχέδιο και τη δημιουργία εν γένει του γλυπτού διακόσμου του Παρθενώνα, καθώς είναι τα μόνα αυθεντικά γλυπτά που έχουν διασωθεί (παρότι ακρωτηριασμένα και κατακερματισμένα) και συνδέονται άμεσα με το μεγάλο γλύπτη. Η «φειδιακή» έμπνευση και εμπειρία αποτυπώθηκε με ανεπανάληπτο τρόπο στην έκφραση της Κλασικής τεχνοτροπίας στη ζωφόρο της γιορτής των Παναθηναίων. Επιπρόσθετα, ο Φειδίας οδήγησε τους σοφά επιλεγμένους συνεργάτες του σε εντελώς ιδιαίτερους τρόπους έκφρασης, ώστε να κατορθώσουν να υλοποιήσουν τους οραματισμούς του στις μορφές των αετωμάτων, το "Κλασικό μπαρόκ" του Παρθενώνα.

Ο Φειδίας θεωρείται ο πιο φημισμένος Έλληνας γλύπτης, ωστόσο ελάχιστα πράγματα είναι γνωστά για τη ζωή του και η προσωπικότητά του παραμένει αινιγματική. Τα περιστατικά της ζωής και της δράσης του που αναφέρουν οι αρχαίοι συγγραφείς και οι σχολιαστές τους, χωρίς να συμφωνούν μεταξύ τους, είναι συχνά ανεκδοτολογικού χαρακτήρα και αμφισβητούνται από τους μελετητές. Η φήμη του βασίζεται στην τεχνική του ικανότητα να κατεργάζεται ποικίλα υλικά και ιδίως στη μεγαλοπρέπεια των λατρευτικών του αγαλμάτων που ενσαρκώνουν την ανάτασης της αιώνιας ύπαρξης.



## **1.4 Επιρροή**

Τα έργα του Φειδία ενέπνευσαν και γλύπτες του λεγόμενου Πρώιμου ή Ελεύθερου Νεοκλασικισμού της Ελληνιστικής Περιόδου μεταξύ του 200 π.Χ. και 125 π.Χ. Οι πιο γνωστοί από τους τελευταίους είναι ο Δαμοφώντας από τη Μεσσήνη και ο Ευκλείδης από την Αθήνα. Επίσης, «η Χρυσή Τομή» στα μαθηματικά αντιπροσωπεύεται από το ελληνικό γράμμα φ (φι), προς τιμή του Φειδία, ο οποίος την εφάρμοσε για να αποδώσει αρμονικές αναλογίες στα γλυπτά του Παρθενώνα. Το όνομά του δόθηκε και στη ζώνη αστεροειδών 4753 Phidias.

## **2. Ο Χρυσός Λόγος Φ - Ένας «Μαγικός» Αριθμός!**

Ο μεγάλος Γάλλος μαθηματικός Henri Poincaré κάποτε είπε: «Ο επιστήμονας δεν μελετά τη φύση επειδή είναι χρήσιμο, αλλά επειδή αυτό τον ευχαριστεί. Και τον ευχαριστεί επειδή η φύση είναι όμορφη. Εάν η φύση δεν ήταν όμορφη, τότε δεν θα άξιζε τον κόπο να τη γνωρίσουμε. Και εάν δεν άξιζε τον κόπο να τη γνωρίσουμε, τότε δεν θα άξιζε να ζούμε». Και το ερώτημα που προκύπτει αμέσως είναι το εξής: ποια ομορφιά βλέπει στη φύση ένας μαθηματικός; Όλα ξεκίνησαν από τους Πυθαγόρειους όταν ανακάλυψαν έναν «μαγικό» αριθμό που έμελλε να γίνει ο πιο συναρπαστικός αριθμός στην ιστορία των μαθηματικών. Αναρωτήθηκαν λοιπόν, πως θα πρέπει να χωρίσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB σε δυο μέρη, ώστε ο λόγος του ευθυγράμμου τμήματος AB προς το μεγαλύτερο τμήμα AM, να ισούται με το λόγο του τμήματος AM προς το μικρότερο τμήμα MB. Ο λόγος αυτός ισούται με 1,618...ο οποίος ονομάζεται «Χρυσός Λόγος» και συμβολίζεται με «φ» προς τιμή του αρχαίου Έλληνα γλύπτη Φειδία. Ειδικότερα, στα Μαθηματικά και την Τέχνη, δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής αν ο λόγος του αθροίσματος τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη. Εκφρασμένο αλγεβρικά:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \stackrel{\text{def}}{=} \varphi,$$

όπου το γράμμα  $\varphi$  αντιπροσωπεύει τη χρυσή τομή. Η τιμή του είναι:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339887 \dots$$



### - Υπολογισμός

Δύο ποσότητες  $a$  και  $b$  λέγεται ότι είναι σε χρυσή αναλογία  $\varphi$ , εάν:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi.$$

Μια μέθοδος για την εύρεση της τιμής του  $\varphi$  είναι να ξεκινήσουμε με το αριστερό κλάσμα. Με απλοποίηση του κλάσματος και αντικαθιστώντας το  $b/a = 1/\varphi$ ,

$$\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\varphi},$$

Φαίνεται ότι:

$$1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi.$$

Πολλαπλασιάζοντας με  $\varphi$  παίρνουμε ότι:

$$\varphi + 1 = \varphi^2,$$

το οποίο μπορεί να διαμορφωθεί σε:

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0.$$

Χρησιμοποιώντας τη φόρμουλα επίλυσης δευτεροβάθμιων εξισώσεων, λαμβάνουμε δύο λύσεις:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339887\dots$$

και

$$\varphi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = -0.6180339887\dots$$

Επειδή το  $\varphi$  είναι η αναλογία μεταξύ θετικών ποσοτήτων, το  $\varphi$  είναι απαραίτητως θετικό:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339887\dots$$

### - Ιδιότητες

- 1) Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει:  $\phi = 1 + 1/\phi$ , σύμφωνα με την οποία μπορούμε να εκφράσουμε το  $\phi$  ως άπειρο συνεχές κλάσμα:

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\phi}} = \dots = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}$$

- 2) Το  $\phi$  αποτελεί το όριο του πηλίκου δύο διαδοχικών αριθμών Φιμπονάτσι.

Ο Χρυσός Λόγος  $\phi$  έχει απασχολήσει και εμπνεύσει κάποια από τα μεγαλύτερα μαθηματικά μυαλά όλων των εποχών, αλλά όχι μόνο! Βιολόγοι, ζωγράφοι, γλύπτες, μουσικοί, αρχιτέκτονες, αλλά και ψυχολόγοι έχουν προσπαθήσει να κατανοήσουν τη γοητεία και την πανταχού παρουσία του Χρυσού Λόγου στη φύση. Γιατί τόση φασαρία όμως; Η απάντηση είναι απλή: ο αριθμός αυτός εμφανίζεται μ' ένα πολύ μυστηριώδη τρόπο, σχεδόν ανεξήγητα, εκεί που κανείς δεν τον περιμένει!

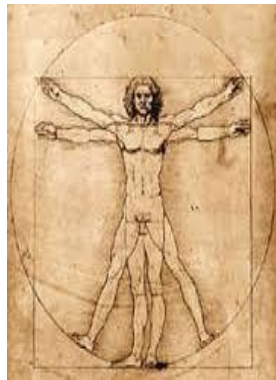
Για παράδειγμα το πεντάκτινο αστέρι, το μυστικό σήμα της σχολής των Πυθαγορείων. Παίρνοντας ένα από τα 5 ισοσκελή τρίγωνα που δημιουργούν τις γωνίες του και διαιρώντας τη μεγαλύτερη πλευρά του προς τη βάση του, ο λόγος που προκύπτει ισούται με  $\phi=1,618\dots$  Επίσης, ένα παράδειγμα από τη ζωολογία!



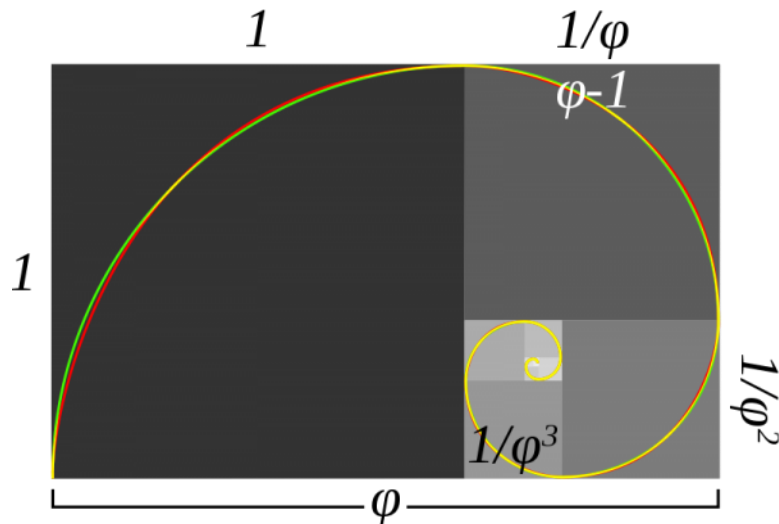
Εξετάζοντας πόσα ζευγάρια κουνέλια μπορούν να γεννηθούν ξεκινώντας από ένα μόνο ζευγάρι που μπορεί να αναπαραχθεί και να δώσει ένα νέο ζεύγος κάθε μήνα, παρατηρούμε ότι ο αριθμός των ζευγαριών ακολουθεί την εξής σειρά: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ..., στην οποία κάθε αριθμός προκύπτει αν προσθέσουμε τους δυο προηγούμενους και ονομάζεται ακολουθία Fibonacci, προς τιμήν του Ιταλού μαθηματικού Leonardo Fibonacci που την ανακάλυψε. Αν σ' αυτή την ακολουθία υπολογίσουμε το λόγο κάθε αριθμού δια τον προηγούμενο του, τι παρατηρούμε; Οι λόγοι πλησιάζουν όλο και περισσότερο τον Χρυσό λόγο! Μάλιστα αν συνεχίσουμε να διαιρούμε δυο διαδοχικούς αριθμούς Fibonacci, τόσο καλύτερη προσέγγιση του  $\phi$  θα επιτυγχάνεται.



Η Πεντάψφα τών Πυθαγορείων



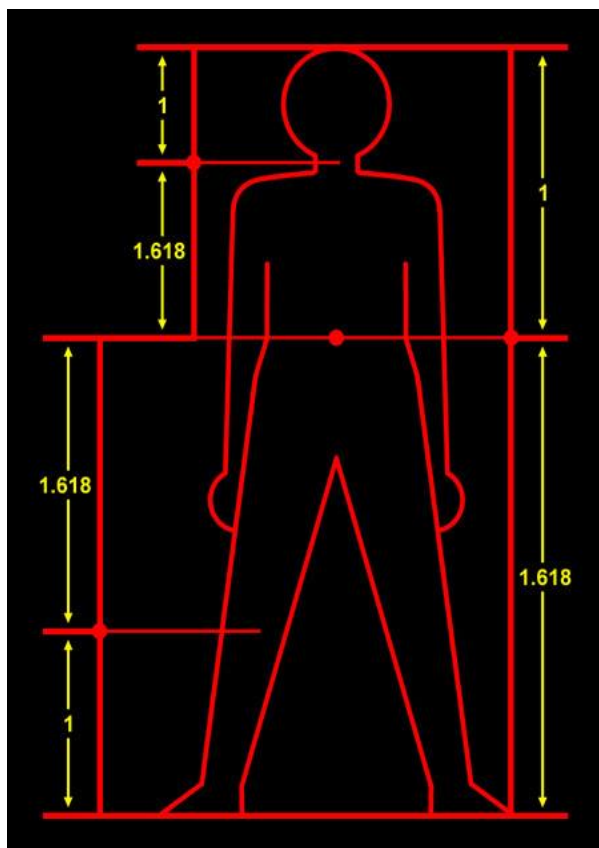
Συνεχίζοντας, ας δούμε τη φυλλοταξία ενός τριαντάφυλλου, ενός ηλίανθου ή ενός κουκουναριού. Τα πέταλα ενός τριαντάφυλλου ή οι σπόροι ενός ηλίανθου θα παρατηρήσουμε ότι διατάσσονται σε σπειροειδή μορφή. Αν τεμαχίσουμε το άνθος θα παρατηρήσουμε ότι η πρώτη σειρά αποτελείται από 2 πέταλα, η επόμενη από 3, η επόμενη από 5, η επόμενη από 8 κ.ο.κ. Δηλαδή, βλέπουμε ότι διατάσσονται σύμφωνα με τους αριθμούς Fibonacci! Δεν παρατηρούμε όμως μόνο στα φυτά αυτού του είδους την «κανονικότητα», αλλά και σε πάρα πολλές σπειροειδείς μορφές στη φύση, όπως για παράδειγμα στο ναυτίλο (κοχύλι), στο σχήμα των σπειροειδών γαλαξιών, στα κέρατα των κριαριών και γενικά σε μορφές που ακολουθούν τη λεγόμενη «**λογαριθμική σπείρα**» η οποία πρώτα μελετήθηκε από τον Αρχιμήδη και αποδεδειγμένα συνδέεται με τον Χρυσό Λόγο.



Ακόμα, υπάρχουν πολλοί που συνδέουν τον Χρυσό Λόγο με τη γεωμετρία του ανθρωπίνου σώματος. Σύμφωνα με έρευνες, αν υπολογίσουμε τον λόγο του μήκους του χεριού από την άκρη των δακτύλων έως τον αγκώνα δια το μήκος από τον αγκώνα έως τον ώμο, τότε ο αριθμός που θα βρούμε, πλησιάζει τον Χρυσό Λόγο φ. Τέτοιες συμμετρίες έχουν ανακαλυφθεί και στο πόδι, στο πρόσωπο κ.λ.π. Πιο συγκεκριμένα η απόσταση από την άκρη του πιγουνιού έως τη μύτη είναι το ένα τρίτο του μήκους του προσώπου, η απόσταση της γραμμής των μαλλιών έως τα φρύδια είναι το ένα τρίτο του μήκους του προσώπου κ.ο.κ. Πολλοί ισχυρίζονται ότι όσο οι σχετικοί λόγοι είναι κοντά στο φ, τόσο πιο καλλίγραμμο σώμα διαθέτουμε! Είναι τελικά και η ομορφιά θέμα γεωμετρίας; Πάντως, είναι διαδεδομένη η άποψη ότι ο Χρυσός Λόγος σχετίζεται με την ανθρώπινη αντίληψη της καλαισθησίας. Πολλοί ψυχολόγοι έχουν διενεργήσει πειράματα που συντείνουν στο ότι σχήματα με διαστάσεις που βασίζονται στο φ (όπως το Χρυσό Ορθογώνιο του οποίου ο λόγος του μήκους δια το πλάτος είναι ίσος με 1,618..), είναι πιο ευχάριστα στο ανθρώπινο μάτι από άλλα σχήματα που είχαν να επιλέξουν οι συμμετέχοντες στα πειράματα. Βέβαια, τέτοιες απόψεις ακόμη ελέγχονται αλλά αυτό δεν σταμάτησε πολλούς ζωγράφους, γλύπτες, αρχιτέκτονες ή μουσικούς να δημιουργήσουν έργα που βασίζονται στον Χρυσό Λόγο. Ειδικότερα, οι Πυραμίδες της Αιγύπτου, ο

Παρθενώνας, το αρχαίο θέατρο της Επιδαύρου βασίζονται στη «Χρυσή Τομή», τον μαγικό αριθμό 1,618033... που ορίζει την αρμονία και την ομορφιά!

Ξεκινώντας από τον γλύπτη Φειδία, που φιλοτέχνησε με πολλά έργα του τον Παρθενώνα, λέγεται ότι χρησιμοποιούσε τη Χρυσή Αναλογία στα γλυπτά του. Μεγάλοι ζωγράφοι όπως ο Άλμπρεχτ Ντίρερ, ο Λεονάρντο Ντα Βίντσι, ο Σαλβατόρ Νταλί κ.α. μαγεύτηκαν από τον Χρυσό Λόγο και φιλοτέχνησαν πίνακες με σαφείς ή έμμεσες αναφορές σ' αυτόν. Για παράδειγμα, στον πίνακα του Νταλί «Θυσία του Μυστικού Δείπνου», οι διαστάσεις του βρίσκονται μεταξύ τους σε Χρυσή Αναλογία και διάφορα σχέδια του Ντα Βίντσι περιλαμβάνουν πρόσωπα με τον Χρυσό Λόγο στις διαστάσεις τους ή λογαριθμικές σπείρες στα μαλλιά τους (λέγεται ότι το ορθογώνιο γύρω από το πρόσωπο της Μόνα Λίζα είναι Χρυσό Ορθογώνιο...). Η κατασκευή των γνωστών βιολιών «Στραντιβάριους» (από τον Ιταλό Αντόνιο Στραντιβάρι) βασίζεται στον Χρυσό Λόγο αλλά και μεγάλοι συνθέτες όπως ο Κλώντ Ντεμπισί και ο Μπέλα Μπάρτοκ κατασκεύαζαν μελωδίες, αρμονίες και ρυθμούς με εφαρμογή του Χρυσού Λόγου. Η λίστα με τις εμφανίσεις του Χρυσού Λόγου θα μπορούσε να είναι ατελείωτη και αν προσπαθούσαμε να δώσουμε μια εξήγηση θα άγγιζε τα όρια του μυστικισμού. Το ερώτημα που απασχολεί τους φιλοσόφους ανά τους αιώνες, για το αν τα μαθηματικά είναι ανθρώπινη εφεύρεση ή προϋπήρχαν και εμείς τα ανακαλύψαμε, φαίνεται απλό, αρκεί κάποιος να θαυμάσει το πώς ένας αριθμός είναι ο αγαπημένος της ίδιας της φύσης.



Πάντως, ένα είναι σίγουρο: στα μαθηματικά κρύβεται μια απaráμιλλη ομορφιά που τελικά αντικατοπτρίζει την ίδια τη φύση. Και αν δεν υπήρχε αυτή η ομορφιά, τότε δεν θα άξιζε να ζούμε.

## **2.1 Η ΧΡΥΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΤΟ ΧΡΥΣΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΚΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ Φ**

Ζητάμε να κατασκευάσουμε ένα χρυσό ορθογώνιο, δηλαδή ένα ορθογώνιο στο οποίο ο λόγος της μεγάλης του πλευράς προς τη μικρή να είναι ίσος με τον λόγο της μικρής προς τη διαφορά των πλευρών. Αν υποθέσουμε ότι μας έχει δοθεί το μήκος της μικρής πλευράς του ορθογώνιου. Ξεκινάμε την κατασκευή με ένα τετράγωνο πλευράς ίσης με τη δοθείσα μικρή πλευρά του ορθογώνιου, το οποίο το διαιρούμε φέρνοντας τη διάμεσό του. Με κέντρο το μέσο της μιας πλευράς και ακτίνα τη διαγώνιο του μισού τετραγώνου διαγράφουμε τόξο που τέμνει την προέκταση της



πλευράς του τετραγώνου σε ένα σημείο. Αυτό το σημείο ορίζει το άλλο άκρο της μεγάλης πλευράς του χρυσού ορθογώνιου.

Επαλήθευση: Επειδή προφανώς τα χρυσά ορθογώνια είναι όμοια μεταξύ τους, πάντα ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά, θα είναι ο αριθμός  $(\sqrt{5} + 1)/2$  που διεθνώς συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα  $\Phi$ , το αρχικό του ονόματος του Φειδία, δημιουργός των γλυπτών του Παρθενώνα. Η πρόσοψη του Παρθενώνα μπορεί νοητά να εγγραφεί σε ένα χρυσό ορθογώνιο που σημαίνει ότι ο λόγος των διαστάσεων του είναι ο αριθμός  $\Phi$ . Ο αριθμός αυτός ονομάζεται λόγος χρυσής τομής.

Χρυσή τομή

$$\frac{(AB)}{(A\Gamma)} = \Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Απόδειξη:

$$\begin{aligned} \frac{(AB)}{(A\Gamma)} &= \frac{a}{(AK) - (K\Delta)} = \frac{a}{\sqrt{(AB)^2 + (BK)^2} - (K\Delta)} = \\ &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{a}{2}} = \\ &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} - \frac{a}{2}} = \frac{a}{a\sqrt{1 + \frac{1}{4}} - \frac{a}{2}} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2}} = \\ &= \frac{a}{a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \\ &= \frac{2(1+\sqrt{5})}{(\sqrt{5}-1)(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{\sqrt{5}+5-1-\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{4} = \\ &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

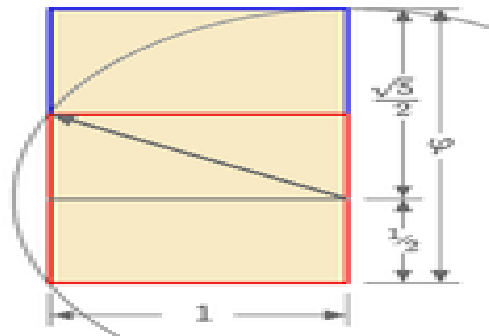
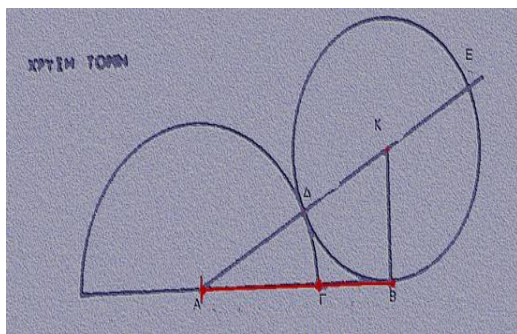
## 2.2 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΛΟΓΟ ΧΡΥΣΗΣ ΤΟΜΗΣ

Για να κατανοήσουμε την κατασκευή καλό είναι, όπως και πριν, να απλουστεύσουμε το πρόβλημα: Αν θεωρήσουμε ότι το μήκος του AB είναι 1, τότε ουσιαστικά αυτό που κατασκευάζουμε (το AG), είναι ένα τμήμα μήκους  $(\sqrt{5} - 1)/2$ , που είναι απλό να δούμε πως είναι λύση της ζητούμενης αναλογίας του προβλήματος. Ας παρακολουθήσουμε λοιπόν την κατασκευή του  $(\sqrt{5} - 1)/2$  βήμα προς βήμα:

Βήμα 1°: Στο άκρο B γράφουμε κάθετο ευθύγραμμο τμήμα μήκους ίσο με το μισό του αρχικού μας τμήματος AB. Έτσι σχηματίζεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο.

Βήμα 2°: Η υποτείνουσα έχει μήκος  $\sqrt{5}/2$ . Από αυτήν αφαιρούμε τμήμα μήκους  $1/2$ .

Βήμα 3°: Το υπόλοιπο τμήμα της υποτείνουσας (το AV) είναι ίσο με το ζητούμενο τμήμα AG που έχει προφανώς μήκος  $(\sqrt{5} - 1)/2$ .



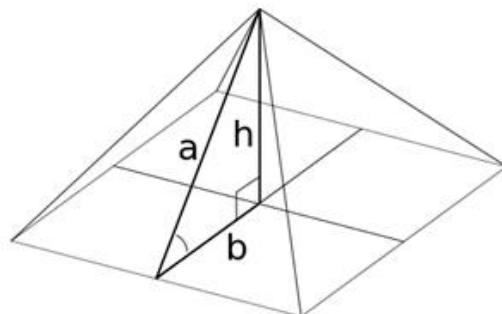
## 2.3 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ

Τα χρυσά τρίγωνα: Υπάρχουν δυο χρυσά τρίγωνα, και τα δυο ισοσκελή, ένα αμβλυγώνιο και ένα οξυγώνιο. Στο αμβλυγώνιο, ο λόγος της βάσης του προς τη πλευρά του είναι ίσος με το λόγο χρυσής τομής, ενώ στο οξυγώνιο ισχύει το αντίστροφο: ο λόγος της πλευράς του προς τη βάση του είναι ίσος με το λόγο

χρυσής τομής. Τα δυο τρίγωνα συνδέονται μεταξύ τους γιατί διαιρώντας ανάλογα τη βάση ή την πλευρά σε λόγο χρυσής τομής προκύπτουν δυο μικρότερα χρυσά τρίγωνα ένα αμβλυγώνιο και ένα οξυγώνιο. Αυτό είναι πιο κατανοητό αν σκεφτούμε ότι το αμβλυγώνιο έχει γωνίες  $36^\circ, 36^\circ$  και  $108^\circ$  ενώ το οξυγώνιο έχει γωνίες  $72^\circ, 72^\circ$  και  $36^\circ$ .

## 2.4 ΤΟ ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΔΕΚΑΓΩΝΟ ΚΑΙ ΤΟ ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΠΕΝΤΑΓΩΝΟ

Μια και η γωνία της κορυφής του οξυγωνίου χρυσού τριγώνου είναι  $36^\circ$ , είναι φανερό ότι το κανονικό δεκάγωνο θα διαιρείται από τις ακτίνες του σε δέκα χρυσά τρίγωνα. Αλλά και στο κανονικό πεντάγωνο μπορούμε να ανιχνεύσουμε τα δυο χρυσά τρίγωνα. Αν απομονώσουμε τις διαγώνιους του πενταγώνου, τότε παίρνουμε ένα σχήμα που θυμίζει αστέρι με πέντε ακτίνες. Το σχήμα αυτό λέγεται πεντάλφα γιατί μπορεί να θεωρηθεί ότι κατασκευάζεται με πέντε Α. Η πεντάλφα ήταν το έμβλημα των Πυθαγορείων και ο τρόπος κατασκευής της υπήρξε ένα καλά φρουρούμενο μυστικό που προκαλούσε τον φθόνο στους ανταγωνιστές. Λέγεται πως ο Ιπποκράτης ο Χίος εκδιώχθηκε από τη σχολή των Πυθαγορείων γιατί αποκάλυψε την κατασκευή της.



## **2.5 Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ**

Φαίνεται πως η χρυσή τομή δημιουργεί την αίσθηση του ωραίου, γι' αυτό και όχι μόνο η φύση, αλλά και εμείς στην καθημερινή μας ζωή την προτιμάμε. Δεν πρέπει να μας φανεί καθόλου περίεργο που τα φύλλα φωτοτυπικού A4 ή οι πιο πολλές ευχετήριες κάρτες είναι χρυσά ορθογώνια. Επίσης η πρόσοψη του Παρθενώνα είναι ένα χρυσό ορθογώνιο. Θα δούμε μερικά παραδείγματα ακόμα, ξεκινώντας από τη μεγάλη πυραμίδα, την πυραμίδα του Χέοπα στην Αίγυπτο. Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν τα Μαθηματικά στην τέχνη. Είναι σχεδόν βέβαιο ότι απέδιδαν μαγικές ιδιότητες στη χρυσή τομή -χρυσό λόγο και τους έκαναν χρήση στο χτίσιμο των μεγάλων πυραμίδων. Εάν τμήσουμε κάθετα τη μεγάλη πυραμίδα της Γκίζας, θα πάρουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, το ονομαζόμενο Αιγυπτιακό Τρίγωνο. Ο λόγος του ύψους της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας (υποτείνουσα του τριγώνου) προς την απόσταση της πλευράς από το κέντρο (μισή πλευρά της βάσης) είναι 1,61804... που διαφέρει από τον αριθμό  $\Phi$  στο πέμπτο δεκαδικό ψηφίο. Αυτό σημαίνει ότι αν η πλευρά της βάσης είναι 2 μονάδες μήκους, τότε το ύψος ενός από τα τέσσερα τρίγωνα που απαρτίζουν την παράπλευρη επιφάνεια της πυραμίδας είναι  $\Phi$ , ενώ το ύψος της πυραμίδας είναι  $\sqrt{5}\Phi$ . Φυσικά η επιρροή του λόγου χρυσής τομής ήταν τεράστια σε όλο τον αρχαίο ελλαδικό χώρο. Οι αρχαίοι Έλληνες κατασκεύαζαν σχεδόν όλα τους τα κτίσματα αλλά και τις διακοσμήσεις του, με τον κανόνα της χρυσής τομής. Ίσως ο Παρθενώνας είναι το πιο χαρακτηριστικό και αρμονικό παράδειγμα. Μπορούμε να εγγράψουμε τον Παρθενώνα σε ένα χρυσό ορθογώνιο, αλλά και αν επιχειρήσουμε να το χωρίσουμε σε τετράγωνα και άλλα μικρότερα χρυσά ορθογώνια, όπως ακριβώς κάναμε και για την πρώτη χρυσή σπείρα, θα διαπιστώναμε ότι και άλλα τμήματά του είναι τοποθετημένα έτσι ώστε να πληρούνται πολλές χρυσές αναλογίες.



Στον Μεσαίωνα, οι αρχιτεκτονικές τάσεις ήταν και πάλι η τήρηση των χρυσών αναλογιών τόσο στις εξωτερικές διαρρυθμίσεις των κτιρίων όσο και στις εσωτερικές διακοσμήσεις τους.

## **2.6 Ο ΠΙΟ ΑΡΡΗΤΟΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΑΡΡΗΤΟΥΣ**

Οι αρχαίοι Έλληνες είχαν κάποια σχετική δυσκολία στο να χειριστούν τους άρρητους αριθμούς. Γι' αυτό και το Πυθαγόρειο Θεώρημα αποτελεί σταθμό στη μαθηματική σκέψη. Ονόμαζαν λοιπόν τους ρητούς αριθμούς σύμμετρα μεγέθη, ενώ τους άρρητους όταν πλέον τους αποδέχθηκαν τους ονόμασαν ασύμμετρα μεγέθη. Υπάρχει όμως ένα θεώρημα της θεωρίας αριθμών, το θεώρημα του Hurwitz, που εξηγεί πόσο «καλά» μπορούν οι ρητοί να προσεγγίσουν έναν άρρητο. Και εκεί υπάρχει ένας περιορισμός: η συγκεκριμένη προσέγγιση δεν μπορεί να γίνει καλύτερη για τον αριθμό  $\Phi$ . Με άλλα λόγια, ο αριθμός  $\Phi$  προσεγγίζεται κατά το χειρότερο τρόπο από του ρητούς, είναι δηλαδή « ο πιο άρρητος από τους άρρητους»!

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

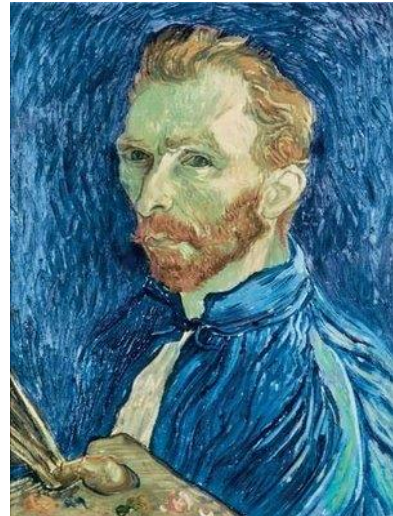
### **Ηλεκτρονικές Πηγές**

1. <http://el.wikipedia.org>
2. [http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl\\_vazoura.pdf](http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl_vazoura.pdf)
3. <http://www.tovima.gr/science/article/?aid=481370>
4. [http://www.livepedia.gr/index.php/Χρυσος\\_αριθμος\\_Φ](http://www.livepedia.gr/index.php/Χρυσος_αριθμος_Φ)
5. <http://olympia.gr/2011/11/26/h-χρυση-τομη-και-η-παγκοσμια-ελλαδα/>

## ΧΙ. Ιμπρεσιονισμός – Εξπρεσιονισμός

Ο Ιμπρεσιονισμός γεννήθηκε στη Γαλλία τον καιρό του Ναπολέοντα Γ΄ το δεύτερο μισό του 19<sup>ου</sup> αιώνα. Το καλλιτεχνικό αυτό κίνημα άρχισε από τη ζωγραφική και επεκτάθηκε στη λογοτεχνία και τη Μουσική. Οι ιμπρεσιονιστές ζωγράφοι προσπάθησαν να απεικονίσουν τη εντύπωση που προκαλεί ένα θέμα με ζωντανά και φωτεινά χρώματα . Χρησιμοποιούσαν κυρίως τα βασικά χρώματα με τα συμπληρωματικά τους, σπάνια το μαύρο και έδιναν έμφαση σε θέματα σε ανοιχτούς εξωτερικούς χώρους.

Σπουδαίοι Ιμπρεσιονιστές ζωγράφοι ήταν ο Μονέ, ο Ρενουάρ, ο Βαν Γκονγκ.



Ο Εξπρεσιονισμός αναπτύχθηκε κυρίως στη Γερμανία στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Το κίνημα του εξπρεσιονισμού άρχισε από τη ζωγραφική επεκτάθηκε όμως και στη Λογοτεχνία με τον Φραντς Κάφκα, στη Μουσική και στον κινηματογράφο. Οι εξπρεσιονιστές είχαν την τάση να παραμορφώνουν την πραγματικότητα στα έργα τους και δεν νοιάζονταν να αναπαραστήσουν αντικειμενικά την πραγματικότητα. Βασικός εξπρεσιονιστής ζωγράφος υπήρξε ο Βασίλι Καντίνσκι που με το έργο του στήριξε τις θέσεις του Εξπρεσιονισμού και οδήγησε σταδιακά στη δημιουργία της σύγχρονης μοντέρνας τέχνης.

## XII. Wassily Kandinsky



### Η ζωή του Kandinsky



Γεννήθηκε στη Μόσχα στις 16 Δεκεμβρίου 1866. Θεωρείται πρωτοπόρος της αφηρημένης τέχνης όπου εισήγαγε καινοτομίες, νέες ιδέες και θεωρίες. Σπούδασε νομική και οικονομικά, έγινε μέλος της ένωσης νομικών και του προσφέρθηκε θέση λέκτορα στο Πανεπιστήμιο της Μόσχας. Αρχικά ασχολήθηκε με τη ζωγραφική μόνο τον ελεύθερο χρόνο του. Σε ηλικία 30 ετών εγκαταστάθηκε στο Μόναχο που ήταν καλλιτεχνικό κέντρο της εποχής και παρακολούθησε μαθήματα

στην Ακαδημία του Μονάχου. Το 1901 έκανε την πρώτη του έκθεση με πρωτοποριακά έργα που καυτηρίαζαν τον συντηρητισμό της καλλιτεχνικής σκηνής του Μονάχου. Το έργο του αντιμετωπίστηκε με αδιαφορία και κάποια εχθρότητα.

Το 1911 δημιούργησε στη Γερμανία τον Γαλάζιο Καβαλάρη που ήταν μια ομάδα καλλιτεχνών που προσπαθούσαν να δώσουν στα έργα τους ένα πνευματικό προσανατολισμό και να ξεφύγουν από την απλή απεικονιστική τεχνική. Ο Γαλάζιος Καβαλάρης ήταν ένα ρεύμα που επηρέασε τον εξπρεσιονισμό και οι καλλιτέχνες προσπαθούσαν να εκφράσουν πνευματικές αλήθειες μέσα από την τέχνη. Πίστευαν πως η τέχνη δεν αποβλέπει μόνο στην απεικόνιση της αντικειμενικής πραγματικότητας αλλά στην απεικόνιση της ψυχής και του πνεύματος.

- **«Ωραίο είναι αυτό που πηγάζει από μία εσωτερική αναγκαιότητα της ψυχής. Ωραίο είναι αυτό που είναι εσωτερικά ωραίο»**





Παράλληλα με τη ζωγραφική ο Kandinsky ασχολήθηκε με τη λογοτεχνία και μάλιστα το 1912 εξέδωσε το βιβλίο του Concerning the Spiritual in Art που αποτέλεσε μια διαφορετική άποψη στην μέχρι τότε καθιερωμένη ιδέα της τέχνης. Με την έναρξη του Α΄ Παγκοσμίου πολέμου ο Kandinsky έφυγε από το Μόναχο και εγκαταστάθηκε στην Ελβετία και έπειτα ξαναγύρισε στη Μόσχα. Το 1917 επηρεασμένος από τα γεγονότα της Ρωσικής επανάστασης αρχίζει να δημιουργεί έργα με ιδιαίτερη απλούστευση. Τα έργα του απομακρύνθηκαν από τα μουσεία της Σοβιετικής Ένωσης και ο ίδιος εγκατέλειψε την πατρίδα του εξαιτίας της εχθρότητας εκ μέρους των συναδέλφων του. Ο καλλιτέχνης ξαναγύρισε στη Γερμανία όπου δίδαξε στη σχολή Μπαουχάους. Μετά το κλείσιμο της σχολής από τους Ναζί ο Kandinsky μετανάστευσε στη Γαλλία όπου φιλοτέχνησε πολλά έργα, τα περισσότερα των οποίων καταστράφηκαν από τους Ναζί που τα θεώρησαν έκφυλα. Στο Παρίσι ο καλλιτέχνης δούλεψε στην ουσία απομονωμένος αφενός γιατί δεν είχε καταφέρει να δημιουργήσει φιλικούς δεσμούς με Γάλλους καλλιτέχνες αφετέρου γιατί η αφηρημένη τέχνη δεν ήταν ακόμη αναγνωρισμένη.

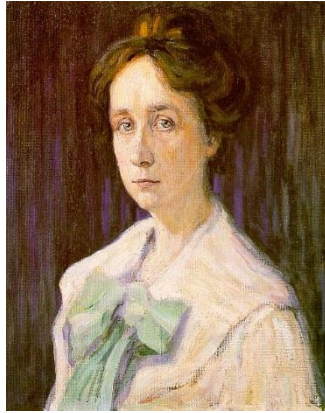


Πέθανε στις 13 Δεκεμβρίου 1944 αφήνοντας πίσω του ένα σπουδαίο έργο καινοτομίας, αμφισβήτησης και δημιουργικότητας που σήμερα εκτίθεται στα μεγαλύτερα μουσεία του κόσμου

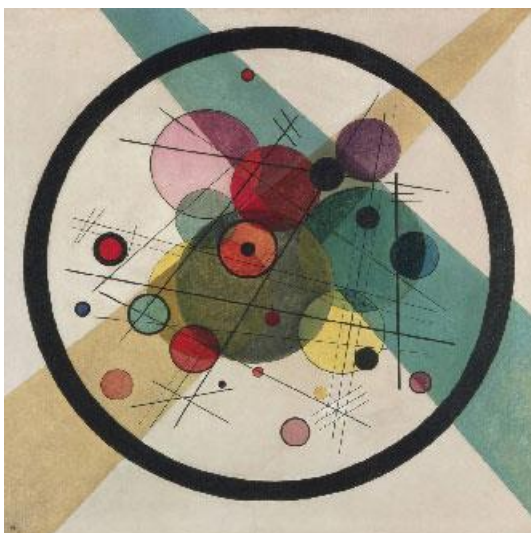


**ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΜΕΝΑ ΕΡΓΑ ΤΟΥ ΚΑΝΔΙΝΣΚΥ:**

**1901-1905-1909**



**1913- 1918-1923-1924**



### XIII. Παρουσίαση του προγράμματος στο σχολείο



Οι μαθήτριες παρουσιάζουν στους μαθητές του σχολείου κείμενο που αφορά τον αριθμό  $\pi$  και δείχνουν στους θεατές πώς προκύπτει ο αριθμός διαιρώντας το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου με τη διάμετρό του.

Ο κύκλος που παρουσιάζουν τα παιδιά είναι χειροποίητος και έχει προσδιοριστεί και το κέντρο του.



Στις υπόλοιπες φωτογραφίες οι μαθητές:

1) αναπαριστούν το 0 και το 1 και έχουν διάλογο σχετικά με μάχη αναμεταξύ τους για το ποιος από τους δυο αριθμούς είναι ο καλύτερος. Ο διάλογος συνοδεύεται με παρουσίαση που περιέχεται στο CD.

2) αναπαριστούν τους αριθμούς 21 και 30 και μιλάνε για τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς και θέματα από την ιστορία των μαθηματικών.



## XIV. Αξιολόγηση του προγράμματος

Το πρόγραμμα «Μαθηματικά και Τέχνη-Κεντήματα υψηλού Νοήματος» άρχισε τον Νοέμβριο του 2013 με τη συνεργασία τριών καθηγητών , του κ. Κουριδάκη Μαρίνου καθηγητή Καλλιτεχνικών και των κ. Γληνού Κατερίνας και κ. Παπασίνου Χρυσούλας καθηγητριών Μαθηματικών, που ξεκίνησαν με μεράκι και πολλή όρεξη με σκοπό μια προσέγγιση των Μαθηματικών μέσω της Τέχνης. Οι συναντήσεις γίνονταν κάθε Τρίτη μετά το πέρας του ημερήσιου προγράμματος διδασκαλίας, αλλά πολύ τακτικά γίνονταν συναντήσεις και άλλες ημέρες γιατί το πρόγραμμα και ο αρχικός σχεδιασμός του ήταν πολύ απαιτητικός.

Στο πρόγραμμα δήλωσαν συμμετοχή αρκετά παιδιά από διάφορα τμήματα και τάξεις όμως έγινε συνειδητά από τους υπεύθυνους καθηγητές εμπλοκή και πολλών άλλων μαθητών ώστε το πρόγραμμα να διαχυθεί σε όσους περισσότερους μαθητές ήταν δυνατόν.

Ιδιαίτερα απαιτητική ήταν η προσπάθεια για την ολοκλήρωση της τοιχογραφίας που ήταν ένα έργο όπου τα παιδιά και ο καθηγητής των Καλλιτεχνικών συνεργάστηκαν ουσιαστικά ώστε να εφαρμοστούν ιδέες από τα Μαθηματικά (χωρισμός μεγάλης επιφάνειας σε μέρη, σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων) και να προκύψει η παραλία των ονείρων μας ως σύνθεση Τέχνης και Μαθηματικών. Μαθηματικά θέματα όπως το Πυθαγόρειο Θεώρημα, ο χρυσός λόγος φ, ο κοχλίας αναδύονται από τη θάλασσα με στόχο να δειχθεί η ανάδυση Μαθηματικών ιδεών μέσα από τη φύση.

Παράλληλα οι μαθητές ασχολήθηκαν με θέματα που συνδυάζουν Μαθηματικά και Τέχνη όπως τη ζωή και το έργο του Φειδία, του Λεονάρντο Ντα Βίντσι, του Καντίνσκι. Επίσης δημιουργήθηκε ερωτηματολόγιο και έγινε η επεξεργασία του, χρησιμοποιώντας γνώσεις από το μάθημα των Μαθηματικών.

Πολύ σημαντική ήταν η επίσκεψη της ομάδας στην έκθεση του καθηγητή της Σχολής Καλών Τεχνών του Α.Π.Θ. κ. Φωκά στο κέντρο Τεχνών του Δήμου Αθηναίων, τον οποίο ευχαριστούμε θερμά για τη συζήτηση που είχε στους μαθητές μας και έτσι τους βοήθησε να προσεγγίσουν την μοντέρνα τέχνη , να γνωρίσουν ένα καλλιτέχνη –δημιουργό και να συζητήσουν μαζί του πώς ζωγραφίζει, από πού πηγάζουν οι ιδέες του, πότε θεωρεί πως το έργο του έχει τελειώσει και παύει να ασχολείται μαζί του. Επίσης θερμά ευχαριστούμε τον κ. Βασίλη Γκοιμήση, Αρχιτέκτονα, που είναι από τους επιμελητές της έκθεσης του κ. Φωκά και μας έδωσε την ευκαιρία να επισκεφτούμε την έκθεση, μας υποδέχθηκε με χαμόγελο και

διάθεση προσφοράς και μας ξενάγησε διαθέτοντάς μας τον χρόνο του. Πολλές ευχαριστίες θα πρέπει να πούμε και στον υπεύθυνο των προγραμμάτων του Μουσείου Ηρακλειδών κ. Αποστόλη Παπανικολάου καθώς και στους συνεργάτες του που ήρθαν στο σχολείο μας και με τις παρεμβάσεις τους μας βοήθησαν ουσιαστικά.

Κατά τη διάρκεια του προγράμματος έγινε προσπάθεια να ανεβεί μια θεατρική παράσταση με Μαθηματικό θέμα. Δυστυχώς η προσπάθεια έμεινε ημιτελής λόγω αυξημένων υποχρεώσεων των μαθητών αλλά και έλλειψης συνέπειας από κάποιους. Για την ολοκλήρωση της προσπάθειας για το θεατρικό, επιφυλασσόμαστε για το ερχόμενο σχολικό έτος. Έτσι περιοριστήκαμε σε διαλόγους με Μαθηματικά κείμενα οι οποίοι δουλεύτηκαν και παρουσιάστηκαν ως δρώμενα στους μαθητές του σχολείου. Ένα από τα κείμενα που παρουσιάστηκαν ήταν οι αριθμομαχίες από το μαθηματικό ημερολόγιο του ομότιμου Καθηγητή του Πανεπιστημίου Αθηνών κ. Θεόφιλου Κάκουλου.

Γενικά οι εντυπώσεις μας από την υλοποίηση του προγράμματος είναι θετικές και νομίζουμε πως στους μαθητές μας δόθηκαν αρκετά ερεθίσματα για μια διαφορετική προσέγγιση των μαθηματικών. Αναδείχθηκαν τρόποι εμπλουτισμού της διδασκαλίας των Μαθηματικών μέσω της Τέχνης.

Το ζωγραφικό έργο που δημιουργήθηκε είναι στολίδι για το σχολείο μας και απόδειξη της καλής και εποικοδομητικής συνεργασίας καθηγητών και μαθητών.

Κουριδάκης Μαρίνος ΠΕ08 -Κατερίνα Γληνού ΠΕ03 - Χρύσα Παπασίνου ΠΕ03



## XV. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ- ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

1. Εφημερίδα ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗ, φύλλο 29/10/2011
2. Πετρίδης Σαράντος, “Πρώτοι Αριθμοί” Διπλωματική Εργασία, Αθήνα, 2011
3. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΙΡΙΣ “Η Τέχνη των Μαθηματικών και τα Μαθηματικά της Τέχνης»  
Αθανασάτου, Ι., Καλαμπάκας, Β. & Παραδείση, Μ. (2011). Βασικό Επιμορφωτικό  
Υλικό, Τόμος Γ΄: «Αξιοποίηση των τεχνών στην εκπαίδευση» (Αθήνα, Παιδαγωγικό  
Ινστιτούτο).
4. «Μαθηματικά και ποίηση από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη.» Στέφανος Μπαλής  
Εκδόσεις Νησίδες
5. «Μαθηματικά ο αγαπημένος μου φόβος» Annie Siety Εκδόσεις Σαββάλας
6. <http://www.tovima.gr/science/article/?aid=457203>
7. <http://el.wikipedia.org>
8. [http://www.mathher.gr/s/attachments/660\\_i-aksiopoiisi-twn-texnwn-sti-didaskalia-twn-mathimatikwn-sto-sxoleio.pdf](http://www.mathher.gr/s/attachments/660_i-aksiopoiisi-twn-texnwn-sti-didaskalia-twn-mathimatikwn-sto-sxoleio.pdf)
9. <http://maths-art.blogspot.gr/>
10. <http://www.blod.gr/lectures/Pages/viewlecture.aspx?LectureID=632>
11. <http://el.wikipedia.org>
12. [http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl\\_vazoura.pdf](http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl_vazoura.pdf)
13. <http://www.tovima.gr/science/article/?aid=481370>
14. [http://www.livepedia.gr/index.php/Χρυσος\\_αριθμος\\_Φ](http://www.livepedia.gr/index.php/Χρυσος_αριθμος_Φ)
15. <http://olympia.gr/2011/11/26/h-xryση-toμη-kai-η-paγκοσμια-ελλαδα/>